A história da matemática nos livros-texto de Cajori, Eves, Boyer e Struik

The history of mathematics in the texbooks of Cajori, Eves, Boyer, and Struik

LIVIA AZELMAN DE FABIA ABREU
Instituto Federal Fluminense | IFF

ANA MARY FONSECA BARRETO DE ALMEIDA
Instituto Federal Fluminense | IFF

MAGNO LUIZ FERREIRA
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro | IFRJ

CARLOS ANTONIO ASSIS DE OLIVEIRA
Universidade Federal do Rio de Janeiro | UFRJ

GERT SCHUBRING[1]
Universidade Federal do Rio de Janeiro | UFRJ

RESUMO O presente trabalho tem por objetivo fornecer uma análise crítica de alguns livros-texto de história da matemática. Tais livros são utilizados em diversos cursos de licenciatura em matemática. As obras escolhidas foram *Uma História da Matemática* de Florian Cajori, *Introdução à História da Matemátcia* de Howard Eves, História da Matemática de Carl Boyer e *História Concisa das Matemáticas* de Dirk Struik. Como a historiografia da matemática tem se desenvolvido fortemente desde os anos 1970 – quanto a metodologia, a descobertas de fontes e novos resultados –, e como todos os livros foram publicados nas suas primeiras edições antes desse período, vale saber se os livros podem ser recomendados hoje em dia na formação de matemáticos e de professores. Os textos foram analisados sob a perspectiva da história social da matemática. Devido ao espaço disponível para analisar os quatro livros-texto, as resenhas vão diretamente ao ponto, sem grande retórica.

Palavras-chave livros texto – formação de professores de matemática – história social da matemática – Carl Boyer – Florian Cajori – Howard Eves – Dirk Struik.

ABSTRACT *These thematic reviews aim to provide a critical analysis of some textbooks on the history of mathematics. The books are used in several courses for the formation of mathematics teachers. The chosen works were the translations of* A History of Mathematics *by Florian Cajori,* An Introduction to the History of Mathematics *by Howard Eves,* A History of Mathematics *by Carl Boyer and* A Concise History of Mathematics *by Dirk Struik. As the historiography of mathematics has developed strongly since the 1970s – in terms of methodology, discoveries of sources and new results – and as all books were published in their first editions before that period, it is worth knowing whether these books can be recommended nowadays in the formation of mathematicians and teachers. The texts were analysed from the perspective of the social history of mathematics. Due to the space available to analyse the four textbooks, the reviews go straight to the point, without much rhetoric.*

Keywords *textbooks – mathematics teachers' training – social history of mathematics – Carl Boyer – Florian Cajori – Howard Eves – Dirk Struik.*

Introdução

Os cursos de matemática no Brasil destacam-se internacionalmente por conceber a história da matemática como um dos conhecimentos de importância geral. De fato, a grande maioria dos cursos de matemática, tanto as licenciaturas quanto os bacharelados, atualmente contêm em sua matriz curricular uma disciplina que se dedica a apresentar um pouco da história de nossa disciplina – a história da matemática. Além disso, parece já ser um consenso na academia que a história da matemática tem um papel importante no ensino, seja pelo simples fato de conhecer o desenvolvimento da disciplina no decorrer dos anos, seja pela sua potencialidade de utilização em sala de aula como uma ferramenta que, em teoria, melhoraria o ensino. Para tais usos, as abordagens tradicionais da historiografia, que costumam destacar as obras de grandes gênios e sem considerar os contextos socioculturais e institucionais, não fazem muito sentido.

Assim, torna-se muito importante a escolha de quais livros desta disciplina sejam utilizados como referência por docentes. Uma escolha de livros-texto apresentando a história da matemática em uma maneira que sirva bem a estes fins é ainda mais essencial, visto que muitos dos docentes de matemática que aceitam lecionar estas disciplinas têm interesse e até entusiasmo na História, mas não dispõem de uma formação própria em seu conteúdo.

Em um levantamento realizado por Borges[2] foram identificados 34 diferentes livros de história da matemática nas referências bibliográficas dos programas de ensino pesquisados. Dentre eles, o livro de Carl Boyer, *Uma História da Matemática*, foi o mais recomendado e utilizado (apareceu dez vezes na lista), seguido pelo livro de Howard Eves, *Introdução à História da Matemática* (cinco vezes na lista) e o livro de Dirk Struik, *História Concisa das Matemáticas* (quatro menções) que também compõem as resenhas desse artigo. Junto com o livro de Florian Cajori *Introdução à História da Matemática*, esses livros servem como referências para a quase totalidade dos cursos de Licenciatura e Bacharelado em matemática que contenham alguma disciplina abordando História da matemática, ou das Ciências. Desta forma, esses títulos compõem esta resenha temática, sendo apresentados em ordem cronológica de publicação, exceto pelo livro do Struik que será apresentado ao final.

Na disciplina de História Social da Matemática, ministrada por Gert Schubring no 2.º semestre de 2019, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEMAT), foi proposto como trabalho final, a análise desses livros-texto segundo as abordagens da historiografia moderna.

Os critérios gerais das resenhas vão ser os mesmos como para qualquer livro-texto: se uma metodologia adaptada foi aplicada e, se a apresentação está de acordo com o estado atual das pesquisas. Quanto à historiografia da matemática, houve avanços fortes desde os anos 1970 em ambos os aspectos. Na metodologia, costuma-se falar que a dicotomia tradicional entre abordagens "internalistas" e "externalistas" está ultrapassada. No entanto, precisa avaliar se isto fica somente uma afirmação retórica ou se fica realizado – quer dizer, se o autor continua destacando os grandes homens com suas descobertas, acrescentando somente algumas informações gerais sobre a história e cultura da época, ou se o autor os apresenta nos moldes de uma história social da matemática, enfatizando as comunidades contemporâneas das práticas matemáticas.

Um resultado importante das discussões metodológicas é distinguir entre abordagens que querem apresentar o desenvolvimento conceitual sob a perspectiva de como se chegou aos conceitos modernos e abordagens que não entendem o desenvolvimento como cumulativo e continuísta, segundo uma lógica teleológica, levando até a matemática de hoje[3].

Quanto ao estado atual das pesquisas, avanços significantes foram conseguidos sobre a matemática mesopotâmica, sintetizados em particular nos livros de Høyrup[4] e de Eleanor Robson[5]. Grandes avanços foram conseguidos também sobre a matemática grega. Por exemplo, a crise dos incomensuráveis foi mostrado ser um mito[6], e a "álgebra geométrica", atribuída aos Gregos, revelou-se como uma construção cultural do final do século XIX[7].

Nas últimas décadas, se tornou consciente da tendência praticamente inerente em geral em toda historiografia: a tendência do eurocentrismo, denunciado por exemplo na forma de orientalismo. A historiografia da matemática ficou afetada particularmente; dois indícios até paradigmáticos foram de exaltar o papel da matemática da antiga Grécia e de minimizar o papel de outras culturas – em particular a islâmica – na Idade Média, entre a "glória" da Grécia e a "revolução científica" na Europa. Dar conta de maneira sensata de outras culturas fica de maior importância na formação em um país como o Brasil.

Florian Cajori, *Uma história da Matemática* (1894/2007)

O livro de Florian Cajori (1859-1930), *A history of mathematics*, teve sua primeira edição publicada no ano de 1894. A obra foi considerada uma das referências em história da matemática nos Estados Unidos no primeiro terço do século XX. Esse livro veio com a intenção de preencher uma demanda da época por um livro de abordasse a história da matemática no decorrer de todo o período histórico. Após a primeira edição, têm-se as edições de 1919, 1980, 1985, 1991. Essa última com duas reimpressões em 1999 e 2000. Com esse número de impressões, pode-se notar sua ampla utilização durante todo o século XX.

Florian Cajori nasceu em 28 de fevereiro de 1859, na Suíça. No ano de 1875, mudou-se para os Estados Unidos. Em 1883, graduou-se em ciências na Universidade de Wisconsin, onde em 1886 obteve o grau de mestre. Apenas em 1894 (ano da publicação de *A History of Mathematics*), obteve o grau de doutor pela Universidade de Tulane. Cajori publicou vários livros sobre alguns dos assuntos de história da matemática, além de ensaios e artigos em diversas revistas científicas. Foi presidente da *Mathematical Association of America* no período de 1917-1918 e vice-presidente da *American Association for the Advancement of Science* em 1923. No ano de 1918, foi indicado para ocupar a cadeira de História da Matemática da Universidade de Berkeley, que, aliás, a criou especialmente para ele. Permaneceu neste cargo até sua morte em agosto de 1930.

A versão analisada neste trabalho é uma tradução para o português, realizada por Lázaro Coutinho e publicada em 2007, baseada na quinta edição, publicada em 1991. A obra contém mais de 600 páginas. Para dar uma maior clareza e plasticidade ao texto, o tradutor adicionou figuras e diagramas no decorrer dos capítulos, não alterando informações do texto original. Apesar de a tradução ser muito fidedigna ao texto original, optou-se, também, por analisar versões mais antigas do livro, na busca de melhor compreender o pensamento de Cajori para a história da matemática.

Os livros de Cajori fazem parte do que se pode chamar de uma história internalista[8] da matemática. Isto é, uma historiografia que se dedica a contar o desenvolvimento conceitual da matemática, ignorando os aspectos sociais envolvidos no processo. Tal concepção dá ênfase para grandes personagens e privilegia o saber de determinadas culturas, apoia-se, na grande maioria das vezes, em narrativas que constroem uma visão linear e cumulativa dos conhecimentos matemáticos.

Outra característica muito relevante apresentada pelo livro está no capítulo introdutório. Todas as cinco versões têm a mesma introdução. Isso indica que o espírito do livro continua o mesmo desde o final do século XIX, o que corrobora com a narrativa de uma história única. O capítulo contém algumas justificativas para a escrita de livros de história da matemática. Segundo o autor, atemáticos se orgulham de sua disciplina por ela ter um "prazo de validade" maior que as outras ciências. Nos dias atuais, ainda é possível encantar-se com a geometria grega ou a aritmética hindu, mas os químicos apenas têm a lamentar os esforços dos alquimistas. Além de tal justificativa, tem-se uma outra que ainda aparece em alguns trabalhos atuais: a história pode contar anedotas interessantes para os alunos.

O foco da análise se concentra nos capítulos relativos às culturas da Antiguidade e início da Idade Média, época em que as práticas matemáticas sofriam uma influência cultural bem maior do que no período moderno[9]. Assim, pode-se notar que a utilização de um viés internalista para entender os povos antigos não é o mais indicado.

Os babilônios e os egípcios são tratados de maneira com que essas culturas sejam consideradas ocidentais e que, por isso, elas seriam dignas de serem as responsáveis pelas origens do pensamento matemático. Esse reconhecimento é feito de maneira bem seletiva. Quando esses povos são comparados com outros povos do oriente, eles são vistos como seres superiores, mas quando comparados com os gregos, eles são inferiores. Isso ressalta uma característica muito marcante da visão historiográfica de Cajori: eurocentrismo, ou seja, todo o conhecimento produzido é de alguma maneira localizado na Europa. Até quando se reconhece contribuições não-europeias, o autor dá um jeito de dizer que a Europa foi responsável por aprimorar tais contribuições.

Como exemplo de exaltação da cultura mesopotâmica em detrimento de outras, vemos a seguinte fala sobre o sistema de numeração babilônico: "O sistema altamente racional para denotar números permitia-lhes fazer cálculos com números escritos e isto os tornava capazes de fazer cálculos com facilidade, o que outras antigas culturas não conseguiam".[10]

É bom frisar que o capítulo dos babilônios foi modificado em todas as versões. Da segunda edição para a terceira, o número de páginas saltou de 6 para um total de 13 páginas. Sempre adicionavam novas descobertas ao capítulo, mas a concepção de que se trata de um povo inferior, permaneceu em todas. Apesar de tal reescrita no capítulo sobre os babilônios, as correções só consideraram as descobertas e interpretações feitas por Otto Neugebauer e Abraham Sachs nas décadas de 1930 e 1940. Os avanços das reinterpretações feitas a partir década de 1970, com análises considerando mais fortemente os aspectos sociais, foram ignorados, o que indica um alinhamento do pensamento do novo editor – identificado apenas pelas iniciais A.G. – com o de Cajori.

Como exemplo de rebaixamento da cultura egípcia, temos as seguintes frases sobre a geometria egípcia:

> *O fato de a geometria dos egípcios consistir principalmente em aplicações em construções serve para explicar seus grandes defeitos […] Os egípcios falharam em dois pontos essenciais, sem os quais, uma ciência da geometria, no verdadeiro sentido da palavra, não pode existir. Em primeiro lugar, falharam por não elaborarem um rigoroso sistema lógico de geometria, apoiado em uns poucos axiomas e teoremas.*[11]

Na citação anterior, percebe-se claramente a posição de Cajori sobre o que é a geometria. Geometria para ele é sinônimo da geometria desenvolvida pelos Gregos, o que mostra mais um exemplo claro de eurocentrismo. O capítulo dedicado aos gregos é o mais longo dos povos da Antiguidade. As edições apresentam uma média de 60 páginas nesse capítulo. Cajori é um grande entusiasta da cultura grega. Já na terceira frase da quinta edição tem-se: "Os Gregos, sedentos por conhecimento, procuraram os sacerdotes egípcios para se instruírem.".[12]

Outra característica muito presente no livro é o anacronismo das ideias. Uma confusão clássica em história da matemática é expressa pela frase: "Cálculos aproximados para o valor de π foram feitos pelos chineses, pelos babilônios, hebreus e egípcios".[13] O anacronismo aqui é bem sutil. Costuma-se confundir o fato de culturas antigas terem métodos empíricos para aproximar o valor de áreas circulares com a concepção de existência de uma constante irracional que pode ser aproximada por números racionais. Outra frase anacrônica muito marcante é: "Arquimedes conhecia a integral".[14] É muito comum historiadores da matemática tentarem atribuir aos gregos ideias que depois resultariam no cálculo diferencial e integral desenvolvido no período moderno. Essa justificativa se dá, na maioria das vezes, pela interpretação do método da exaustão como precursor do cálculo integral. O eurocentrismo aqui se dá pela ideia de que os gregos tiveram as concepções precursoras do cálculo e, depois de um período de inércia de mais de mil anos, os europeus modernos o teriam retomado e desenvolvido o cálculo que se conhece hoje.

Uma narrativa presente no livro, e que também é muito comum entre os historiadores da matemática, é a chamada "álgebra geométrica" que supostamente teria sido desenvolvida pelos gregos. Essa concepção tenta mostrar que as proposições geométricas gregas eram primeiramente concebidas em termos algébricos – que já é anacrônico – e depois eram transcritas para os termos puramente geométricos, resultando no conhecido método sintético. Concorda-se com Tatiana Roque quando essa autora diz que o texto não é apenas uma admiração pela cultura grega, mas sim uma tentativa de legitimação e dominação de todo um sistema de pensamento que tem como característica o desmerecimento das contribuições dadas por outras civilizações que não sejam gregas.[15]

Sobre a obra *Arithmetika* de Diofanto, Eves diz que: "perdemos [...] sete livros de seu grande trabalho *Aritmética*, dito ter sido escrito em 13 livros. Edições recentes da *Aritmética* foram publicadas pelos infatigáveis historiadores P. Tannery e T. L. Heath, e por G. Wertheim". Fica estranho que não são mencionados os quatro livros, encontrados em língua árabe, e publicados em 1975. Uma descoberta tão relevante quanto essa, não poderia deixar de ser adicionada numa nova edição. E ainda mais estranho que a frase chamando as edições de Paul Tannery (1895), Thomas Heath (1885) e Gustav Wertheim (1890), todas do século XIX, como sendo "recentes", não foi acrescentada por Cajori na sua edição de 1919, mas pelo editor das versões da década de 1980.

No capítulo dedicado aos Romanos, podemos notar mais claramente a concepção de matemática do autor. Os Romanos são inferiorizados por não terem se dedicado ao desenvolvimento de uma matemática abstrata. Cajori alega que os romanos foram meros imitadores da cultura grega, tanto na matemática quanto em outras áreas, como, por exemplo, a mitologia. Ou seja, para Cajori, só se pode considerar como matemática uma ciência que seja dedicada à generalizações e abstrações.

A mudança mais radical da primeira para segunda edição se dá pela criação de capítulos dedicados às culturas maia, chinesa e japonesa e seus desenvolvimentos são apresentados de maneira muito superficial. Algo que merece algumas críticas, já que uma das justificativas para a reescrita total dos capítulos dos babilônios e, parcial de alguns outros, era o fato de terem sido descobertas várias coisas sobre essas culturas. O texto da quinta edição é o mesmo da segunda versão lançada em 1919, o que mostra desprezo para com essas culturas.

O próximo capítulo, que é dedicado ao desenvolvimento da matemática hindu, é um dos poucos capítulos em que Cajori demonstra um grande apreço pelas contribuições dadas pelos Hindus. Apesar de fazer algumas comparações depreciativas com a cultura grega, o texto é muito favorável ao desenvolvimento da aritmética da Índia. A grande diferenciação apresentada pelo autor é que a matemática hindu era predominantemente pensada em termos aritméticos/algébricos e a dos gregos era pensada em termos geométricos.

No capítulo dedicado aos árabes, nota-se um desprezo total com o saber das culturas de origem islâmicas, com afirmações muito depreciativas-já nas primeiras páginas e a primeira delas já aparece no título do capítulo. Chamar os povos de cultura islâmica de Árabes já é uma forma de insensibilidade cultural. Árabe é uma palavra para designar um tronco etnolinguístico, enquanto islâmico faz referência à religião criada por Maomé.

Um pensamento que permeia todo o capítulo é o de que os islâmicos não produziram conhecimento algum, sendo todo o conhecimento vindo dos gregos e dos hindus. Para Cajori, a principal função dos islâmicos teria sido a de preservar os trabalhos gregos durante o período da Idade Média, visto que a Europa entrou em um declínio muito grande, o que pode ser observado na edição mais recente, a quinta de 1991, em termos de cunho eurocêntrico:

> *Os árabes estavam destinados a serem os guardiões da tocha da ciência grega e indiana, para mantê-la em chamas durante o período de confusão e caos no Ocidente, e depois passá-la para os europeus. Esta*

observação se aplica também, em parte, à ciência Hindu. Assim, a ciência passou da Europa para os Árabes e depois voltou para a Europa.[16]

Fica notável que em todas as quatro edições e múltiplas reimpressões desde 1894 até 1985, a última frase foi com cunho racista: "Assim, a Ciência passou da raça ariana para a semítica e depois voltou para a ariana",[17] destacando que os Árabes eram "um povo obscuro de raça Semítica começou a desempenhar um papel importante no drama da história".[18] A "limpeza" na última edição não foi consistente, um pouco na frente se continua afirmando: "Então, uma raça semítica foi, durante a Idade das Trevas, a guardiã das posses intelectuais arianas".[19] Apesar de Cajori admitir por várias vezes algumas contribuições genuínas dos islâmicos, ele sempre apresenta nas frases seguintes algum tipo de desprezo por tal cultura.

Segundo Cajori, uma vez que o conhecimento teria voltado para seu lugar alegado de origem, a Europa, ele nunca mais saiu de lá. Sendo o desenvolvimento das teorias matemáticas feito por alguns poucos gênios, o que pode-se perceber pelos títulos das seções referentes ao período moderno: "Renascença"; "De Vieta a Descartes"; "De Descartes até Newton"; "De Newton até Euler"; "Euler, Lagrange e Laplace".

Um mérito do livro é a tentativa de Cajori de abranger os períodos mais recentes para a época do lançamento. Na primeira edição, de 1894, vê-se avanços até o começo da década de 1890. Já na segunda edição, de 1919, vê-se que os temas abordados vão até o final da Primeira Guerra Mundial, em 1918.

Para que as críticas não sejam apenas pelo fato de o livro ser muito antigo, apresenta-se uma crítica feita pelo matemático estadunidense David Eugene Smith (1860-1944) em 1894, ano de publicação da primeira edição de livro de Cajori. Smith é considerado como um dos fundadores da área de Educação Matemática. Além disso, foi o responsável pela publicação e tradução de livros de história da matemática. Em sua resenha, Smith começa mostrando que havia uma grande expectativa pela publicação do livro de Cajori e relata que o livro tinha sido amplamente divulgado e que, como já atestado por Cajori em seu prefácio, havia uma crescente demanda por obras de história da matemática. No entanto, Smith aponta que poucos livros foram tão decepcionantes na tarefa de melhorar a situação da história da matemática e afirma que o livro é basicamente uma paráfrase de partes de obras melhores e que podiam ser encontradas nas bibliotecas da maioria dos leitores um pouco mais dedicados ao assunto. Ou seja, o que Smith faz é dizer que o livro de Cajori é basicamente um conjunto de plágios. Para sustentar tal afirmação, mostra três supostos exemplos dessas paráfrases.[20]

O primeiro exemplo é retirado de um livro chamado *A short history of Greek mathematics* de James Gow, publicado em 1884.[21] O segundo é retirado de um livro chamado *A short account of the history of mathematics* de W. W. Rouse Ball, publicado em 1888. E o terceiro é retirado de um livro chamado *Kurzer Abriss einer Geschichte der Elementar-Mathematik* de Karl Fink, publicado em 1890.

Conferiu-se se Smith tinha razão nas suas alegações e verificou-se que todas estavam corretas, ou seja, um dos livros de história da matemática mais influentes do século XX é composto de frases reorganizadas de outros livros. Chama-se a atenção que todos os exemplos citados por Smith eram de obras introdutórias, escritas por pessoas que praticavam a história da matemática como atividade secundária. Vide o exemplo de Karl Fink, que era um médico alemão, mas ensinava matemática no Ensino Secundário e tinha uma ideia de ajudar seus alunos a compreender as origens da matemática, e que por isso escreveu um livro de história da matemática. Além das alegações de plágios, Smith coloca críticas a várias outras questões, tais como falta de bibliografias, uso de obras introdutórias, grafia de nomes orientais, erros de cronologia, escrita do inglês, erros na tradução de palavras alemãs, dentre muitos outros. Apesar de todas essas críticas, Smith diz que o livro de Cajori tem o mérito de contar, de maneira popular, a história do desenvolvimento da matemática. Smith termina sua crítica com as seguintes palavras:

Por tudo isso, o trabalho merece crédito, e o professor Cajori merece agradecimentos. Mas, em vista do que foi dito, parece apenas uma declaração clara da verdade para acrescentar que, como tratado científico, o trabalho não pode ser considerado uma autoridade.[22]

Apesar das grandes alterações feitas no decorrer do século, fazendo uma comparação entre os sumários da segunda edição (1919) e o da tradução (2007), percebe-se que não ouve alteração nos tópicos abordados. O que nos indica que, mesmo com alguns capítulos sendo reescritos, o "espírito" do texto continua o mesmo, ou seja, o modo de se conceber a história da matemática permaneceu inalterado.

Outro ponto muito importante a ser ressaltado é o fato de Cajori ter mantido os plágios descarados na segunda edição do livro. O historiador da matemática D. E. Smith já era relativamente conhecido para sua crítica ter passado despercebida por Cajori. Além disso, tem-se o fato desses plágios terem sido feitos de obras escritas por autores que não eram especialistas em história da matemática, o que coloca em xeque a relevância de tal obra.

Em seu discurso está subjacente uma visão teleológica da matemática. Isso acaba gerando distorções historiográficas nas análises, por exemplo: anacronismos, preconceitos culturais, mitificações de alguns acontecimentos históricos, dentre outros. Os objetos matemáticos são encarados de maneira platônica, existentes no que Platão denominava de Mundo das Ideias, no qual as culturas foram obtendo acesso aos poucos a essas ideias. Tal abordagem não é necessariamente algo ruim, ela tem seus usos e intenções genuínas. No entanto, uma tal abordagem não é a melhor para a maioria das justificativas de escrita de tais livros de história da matemática: estimular professores e alunos a entenderem melhor a matemática. Esse tipo de pensamento é criticado por excluir totalmente os contextos socioculturais da análise, ajudando a corroborar as narrativas de possibilidade de construção de uma ciência que seja neutra, apolítica e que sirva apenas para o "progresso" da humanidade, ou seja, uma concepção positivista da ciência.

O mais preocupante no livro é encontrar, depois de cinco edições, frases de cunho racista. Mesmo que várias tenham sido corrigidas, aparentemente o editor ainda deixou passar algumas delas. A utilização deste livro em cursos de licenciatura não seria opção muito indicada, pois tal obra oculta grande parte das influências socioculturais que permeiam o desenvolvimento da matemática, contribuindo para que os licenciandos tenham uma visão platônica da disciplina.

Howard Eves, *Introdução à História da Matemática* (1953/2011)

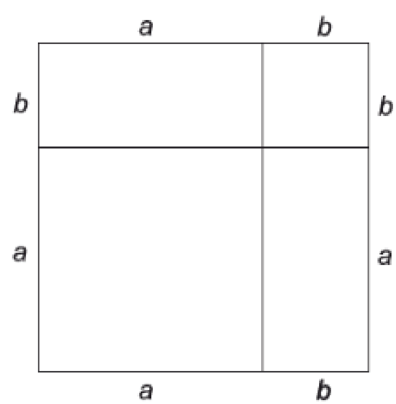
Esta é uma resenha crítica sobre a 5.ª edição, em português, do livro *Introdução à História da Matemática*[23] de Howard Eves, tradução de Higyno Domingues, publicada em 2011. Howard Whitley Eves (1911-2004) foi um matemático norte-americano. Esta obra, publicada pela primeira vez em 1953, está dividida em duas partes (antes e depois do século XVII), sendo a primeira parte com oito capítulos e a segunda com sete. Na sua última edição, a 6.ª, em inglês, de 1990, Eves colocou o subtítulo "with cultural connections", aparentemente não mais satisfeito com o estilo exclusivo de história internalista. Parece que não se achou capaz desta parte e pediu seu filho de compô-la. Resultaram breves seções chamadas "Panorama cultural I" (e II, III, etc.) inseridos na frente dos capítulos, em si não alterados. O tradutor não aplicou o subtítulo, talvez devido à natureza desconexa destes breves textos sobre história política e cultural do período respectivo: não se discute a relação entre as práticas matemáticas escolhidas para os relatos históricos e esses contextos sociais. Ao final dos capítulos, é apresentada uma lista de exercícios dos temas que foram abordados e as referências bibliográficas do mesmo.

Os dois primeiros capítulos tratam das matemáticas produzidas no Egito e Babilônia. Inicialmente, o autor se preocupa em uma comparação de modelos de sistemas de numeração. Essa abordagem causa a impressão de um conceito de número já estabelecido. Os relatos sobre métodos de contagem ou marcação numérica que não exigem o conceito abstrato de número são abordados de forma superficial, uma vez que é possível encontrar uma breve referência ao osso de Ishango[24], apresentado como uma das primeiras formas de registro numérico.

A obra apresenta as civilizações antigas que julga importantes para a evolução da matemática: Babilônia e Egito. O autor apresenta problemas geométricos que representariam indícios de procedimentos algébricos como, por exemplo, problemas que envolvem áreas que podem ser interpretados como equações de segundo grau[25]. Esse tipo de apresentação se mostra desconectado dos resultados das pesquisas sobre a alegada álgebra dos babilônios, desde os anos 1980. A discussão sobre a matemática egípcia lida com um problema semelhante ao desconsiderar o método da falsa posição que se adequa ao contexto de duplicações e divisões caracterizado pelo sistema de numeração egípcio. Desta forma, pode-se afirmar que os primeiros capítulos desta obra não discorrem sobre contextos socioculturais, uma vez que concentra seus esforços nas técnicas matemáticas e no modo como essas se relacionam com as técnicas atuais.

Ao tratar da matemática grega, o livro apresenta um breve relato sobre o conceito de democracia na Grécia e o surgimento do método dedutivo, o qual é atribuido a Tales de Mileto e à escola pitagórica, na qual se apresenta o "ilustre matemático" Pitágoras como líder a quem são referidas as descobertas do grupo. Além disso, a escola é posta como precursora de propostas de estudos, que inspirariam "currículos" na Idade Média, como o quadrivium. No entanto, o autor não apresenta evidências sobre a conexão entre as discussões dos pitagóricos e a Idade Média. Além de excluir outras escolas de pensamento, esta narrativa reforça uma perspectiva unificada de uma evolução da matemática.

Há um grande destaque para os números figurados e as ideias que levam à sua formação. O teorema de Pitágoras é outro tema abordado, embora o texto apresente um equívoco no tratamento. A demonstração apresentada na obra se baseia no conceito de área, mas se utiliza das medidas algébricas dos lados dos triângulos envolvidos. No entando, as grandezas gregas são de natureza geométrica e o tratamento dado pelo autor é essencialmente aritmético, obscurecendo a natureza geométrica dos problemas.[26] Essa abordagem se repete ao longo do texto, como pode-se ver na Figura 1:



287

Figura 1 – Interpretação geométrica da identidade $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

Nessa imagem, observa-se que o livro apresenta uma análise anacrônica de um teorema dos *Elementos*, uma vez que faz uso do que ficou conhecido como álgebra geométrica, que já é ultrapassada na historiografia desde a década de 1970 por trabalhos como o de Sabetai Unguru.[27] Além disso, o texto apresenta as grandezas incomensuráveis como uma "descoberta" que abalou as bases do pensamento pitagórico, aderindo uma narrativa mitológica.[28] Sobre este tema, o livro faz um relato histórico da cronologia do número , o que causa a impressão de uma pré-existência do número real em todas as épocas e que ele foi sendo descoberto por novas técnicas.

O livro descreve o papel de Alexandria como centro cultural e político do mundo e como o pensamento grego dominou essas tendências até a tomada do Império Romano. O autor afirma que, nesse período, houve uma grande influência no oriente e que isso teria espalhado academias e universidades por todo o Oriente Médio. É necessário um tratamento mais detalhado a respeito do que é chamado de universidade e academia, uma vez que estes termos adquiriram novos significados, o que faz com que a concepção moderna dos mesmos não se adeque ao período em questão. Além disso, tratar a biblioteca de Alexandria como universidade[29] demonstra a desconsideração por contextos sociais do período. Ao tratar de métodos como o algoritmo de Euclides, o autor identifica a relação do mesmo com os cálculos de máximo divisor comum MDC, mas trata como um conceito aritmético e utiliza o problema proposto como uma forma de justificar o processo algébrico de tempos modernos. É importante lembrar que este problema é de natureza geométrica, uma vez que envolve comparação de segmentos através do método conhecido com antifairese.[30]

Outro ponto tratado no período da matemática grega é a aritmética de Diofanto. Sobre o sua obra famosa *Arithmetika*, Eves informa mesmo na última edição: "do qual remanesceram 6 dos 13 livros" – enquanto quatro mais livros descobertos em língua árabe ficam publicados desde 1975.

Existe um esforço para apresentar as matemáticas de outros países como uma pré-matemática europeia. O panorama cultural do capítulo 7 se concentra nos impérios asiáticos como China, Índia e o islamismo (cultura islâmica). São apresentadas configurações políticas como forma de comparação entre China e Índia. Sobre o islamismo, o autor se concentra em uma evolução religiosa. Não se nota a presença de descrições estruturais sobre as formas de divulgação científica ou de compartilhamento de informações como a casa de sabedoria em Bagdá ou *madrasas*. Apesar da menção a livros como o "Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática", que foi um livro de síntese do conhecimento matemático chinês, não se encontra uma discussão sobre essa produção matemática como um corpo próprio, causando a ilusão de continuidade da matemática que se desenvolveu na Grécia. Um exemplo disso, é o modo como se compara o triângulo de Pascal com o triângulo aritmético produzido na Índia por volta de 1300.[31] O autor entende o tratamento de Pascal como uma evolução do indiano e, nesse sentido, justifica o estudo do tema por uma visão europeia. Ao tratar da matemática islâmica, o livro comete o equívoco de considerar apenas as produções realizadas na Arábia e se limita a apresentar essa cultura como uma herdeira direta da matemática grega, como meros tradutores dos textos hindus e gregos.

> *Durante o reinado do califa Al-Mansūr, levaram-se para Bagdá (c. 766) os trabalhos de Brahmagupta que, com patrocínio real, foram traduzidos para o árabe [...] O califa seguinte, Harun al-Rashid (Aarão, o Justo), que reinou de 786 a 808, e cujo nome se tornou conhecido por causa de As mil e uma noites, patrocinou a tradução de vários clássicos gregos para o árabe, entre eles parte dos Elementos de Euclides [...] A difícil tarefa de obter traduções satisfatórias dos clássicos gregos continuou; o Almagesto foi vertido para o árabe e se completou a tradução dos Elementos. Como condição de um tratado de paz com o Império Bizantino, asseguraram-se manuscritos gregos que foram então traduzidos por intelectuais sírios cristãos convidados para a corte de Al-Mâmûn.*[32]

Após esta breve reflexão sobre as populações não europeias, o livro se dedica a apresentar um período de transição para a nova matemática na Europa. O período entre o século V e o XII é tratado como uma época de pouco desenvolvimento. No século XIII, o livro apresenta o que chama de rota de transmição do saber grego e hindu para a europa ocidental e, em seguida, personaliza toda produção matemática na figura de Fibonacci e tratando-o como um herdeiro dos matemáticos árabes.[33] O século XIV é representado como estéril. Essa percepção ignora os movimentos sociais que estão se iniciando no período e os conflitos entre classes como humanistas e acadêmicos universitários que já se fazem presentes na Europa. Nesse contexto, o autor opta por descrever o Renascimento no século XV sem descrever suas possíveis origens, o que causa a impressão de que os cientistas que surgem daí, aparecem unicamente pelo seu intelecto e não por um movimento mais amplo.

Os panoramas culturais destacam as grandes navegações e os avanços tecnológicos que surgiram no período caracterizado como pré-revolução científica. É importante destacar que o autor aponta a reforma protestante como fator influente no desenvolvimento da ciência e um incentivo para mudanças que constituíram o pensamento moderno.[34] A partir desse momento, que trata da virada do século XVI para XVII, o autor se torna muito personalista. A escolha por retratar os trabalhos de matemáticos como condutor da história, obscurece a compreessão global dos fatos. Por exemplo: ao tratar o surgimento das universidades de Paris, Cambridge, Pádua e Nápoles como partes de um mesmo processo,[35] ignora algumas particulatidades como, por exemplo, organização e estrutura.

Ao tratar dos conceitos ligados ao cálculo e à geometria analítica, o autor retoma sua perspectiva personalista, já utilizada no século XVII, e busca encontrar origens dessas ideias. Inicia-se com o histórico de Descartes e suas contribuições do livro *La Geométrie* sendo destacado problemas de cálculo de tangentes e normais. Essa opção representa a intenção de ligar esses problemas às discussões feitas por Newton e Leibniz. Apresenta Fermat como um herdeiro de Diofanto e fundador da teoria dos números, embora não destaque o tratamento que o matemático francês deu a problemas semelhantes aos trabalhados por Descartes. Mais uma vez, observam-se comparações com a matemática produzida pelos gregos, numa perspectiva de matemática única. Uma breve exposição sobre os paradoxos de Zenão e o método da exaustão de Eudoxo leva a uma discussão sobre os conceitos do cálculo tratados por Newton e Leibniz[36]

Ao tratar do Século XVIII, o panorama, acrescentado na última edição, relata as mudanças que ocorreram na sociedade por conta da ascensão do liberalismo.[37] Este fator estimulou o surgimento de novas profissões e, consequentemente, geraram novas áreas para o trabalho matemático. Existe um destaque para os desdobramentos do advento do cálculo e o tratamento de polinômios como interpretação de curvas nas publicações *Treatise of Algebra* e *Introcution à l'analyse des lignes courbes algébriques*, repectivamente de Maclaurin e Cramer. Outro personagem que está tratado é Euler, logicamente por seu peso histórico. O livro o coloca como responsável por uma evolução na notação matemática e proposição de transformações algébricas utilizando noções trigonométricas e abordagens infinitesimais.

Outros autores destacados são Cauchy, Lagrange e Monge. Os dois últimos são apresentados como precursores de estudos projetivos e o primeiro como o responsável pelo desenvolvimento teórico do cálculo infinitesimal por meio das séries. Além disso, a obra retrata o matemático francês como o pai do rigor matemático. Sobre este personagem, encontra-se uma inconsistência sobre o trabalho com os determinantes. O autor causa a impressão de que Cauchy se utiliza de matrizes no cálculo de autovalores.[38]

Ainda sobre o personalismo do livro, o capítulo 13 inicia apresentando Gauss como o príncipe dos matemáticos. Este é um tipo de narrativa que trata a história como uma atividade que lida com heróis, personagens descolados dos contextos socioculturais de cada período. Além disso, o livro se dedica à discussão sobre a relação entre álgebra e geometria dos ingleses Hamilton, Boole, De Morgan, Cayley e Sylvester. Os dois últimos contribuíram firmemente para desenvolvimentos nos estudos sobre polinômios homogêneos e suas relações com a geometria projetiva. Apesar de uma história propícia para uma série de ponderações, o autor limita seu relato sobre características pessoais dos matemáticos.

Existe uma brevíssima exposição sobre o surgimento de periódicos especializados e academias científicas. O problema aqui se encontra, mais uma vez, na superficialidade sobre os contextos nos quais as revistas surgiram. A obra ignora alguns personagens que fizeram parte desta história, além de não caracterizar os objetivos de cada jornal, que não se resumem na necessidade de divulgação de pesquisas inéditas.

O século XIX apresenta outras áreas. Em particular, o desenvolvimento da geometria projetiva através de contribuições de Poncelet e o novo sistema de coordenadas proposto por Plücker como um avanço central. Estranhamente, o autor não relata organizações de comunidades, como a Analytical Society na Inglaterra, que foi um fator importante para o avanço das pesquisas na área. Não se encontram relatos sobre a transição para o século XX, a menos relatos superficiais de matemáticos como Cantor, Weierstrass, Riemann, Poincaré e Emmy Noether.

Por fim, a obra nitidamente faz escolha por uma narrativa cronológica, tratando o conhecimento matemático como unificado. Trata-se de um livro que descreve a matemática como uma área do conhecimento que está pronta a espera de suas descobertas, o que leva a algumas afirmações anacrônicas. Talvez seja por isso que os contextos sociais sejam geralmente ignorados, apesar das tentativas de contextualização com os panoramas culturais inseridas de maneira desconectada, sem proporcionar uma noção sobre influências mútuas entre a história das civilizações e história da matemática. Além disso, por vezes o autor trata da chamada história dos vencedores, apresentando matemáticos como gigantes geniais. O exemplo mais nítido deste fator é o caso de Gauss já destacado anteriormente.

A obra não faz considerações sobre a recepção das publicações por outras comunidades de práticas matemáticas, desconsiderando assim diferentes culturas e a comunicação entre elas. A recepção das produções mesopotâmicas, babilônicas e gregas até são apresentadas de maneira superficialmente e as publicações a partir da Idade Média são tratadas como parte do mesmo processo de produção matemática, ignorando pesquisas mais recentes. Esse fator faz com que o compartilhamento de informações e o modo como as diferentes matemáticas participam da história desapareçam da narrativa, levando o leitor a pensar na matemática como algo de criação estanque, individual e paralela à evolução da humanidade, e não como uma construção coletiva, com progressos difusos que evolui de modo não linear, sendo influenciados por demandas sociais. Esse modo internalista de narrativa histórica acaba por tratar o objeto de estudo como único e força o historiador a buscar as "sementes" de uma matemática que "já" deveria existir.

Carl Boyer e Uta Merzbach, *História da Matemática* (1968/2012)

O livro *História da Matemática* de Carl Boyer, cuja 3ª. edição de 2011 foi revisada por Uta Merzbach, é bastante utilizado no Brasil. A primeira edição da obra foi escrita por Boyer e publicada em 1968. A segunda, publicada em 1991, após a morte do Boyer, contou com a participação de Merzbach que fez modificações nos primeiros capítulos; em particular, ela reduziu os três capítulos sobre a Grécia a um capítulo. Isso mostra que a visão da essência da história, segundo Boyer, foi de glorificar a Grécia. Além disso, ela revisou os capítulos relativos ao século XIX e acrescentou tópicos do século XX. Vale ressaltar que essa edição contou com um prefácio de Isaac Asimov, autor russo que apresenta uma visão extremamente personificada da obra que, além de exaltar nomes de matemáticos, considera a matemática como a única ciência que não passa por correções significativas, apenas extensões e contínuos avanços.

Já a terceira edição, com cerca 500 páginas, que esta resenha propõe analisar, trata-se de uma edição revisada, traduzida em 2012, com uma cobertura atualizada de toda a obra e mantendo a inclusão de novas descobertas (mencionando tanto a China, quanto a Índia). No entanto, como visto adiante, essas supostas descobertas não consideram algumas das principais pesquisas mais atuais da história da matemática. As três edições foram traduzidas para o português pouco tempo após suas publicações originais. Isso foi um dos fatores que ajudou esse livro a se tornar o mais utilizado nas disciplinas de história da matemática no Brasil. A terceira edição tem 508 páginas, o que não destoa muito das edições anteriores.

Carl Benjamin Boyer nasceu em novembro de 1906 em Hellertown, na Pensilvânia e faleceu em abril de 1976 no Brooklyn, em Nova York. Ele formou-se bacharel em direito na Columbia College (New York) em 1928. De 1935 a 1941 foi professor de ciências na University College, Rutgers University. Em 1939 publicou seu famoso livro *The Concepts of the Calculus*, que era sua tese de doutorado em história da matemática, na Columbia University. A partir daí, publicou vários artigos sobre uma ampla variedade de tópicos históricos[39]. Uta Caecilia Merzbach nasceu em Berlim, Alemanha, em fevereiro de 1933. A família chegou aos Estados Unidos como refugiados em maio de 1946 e se estabeleceu em Georgetown. Ela recebeu, em 1965, seu doutorado em matemática e história da ciência, em Harvard. Merzbach pesquisou e publicou sobre a história da matemática e da ciência.[40]

A terceira edição da obra de Boyer e Merzbach é dividida em 24 capítulos que contemplam desde os vestígios matemáticos encontrados nas culturas primitivas até as tendências recentes e perspectivas futuras para a matemática. Apesar dos autores não seguirem uma narrativa inteiramente cronológica, nota-se uma tendência de conceber o conhecimento matemático como sendo feito por matemáticos isolados que apenas continuavam os trabalhos de seus predecessores em um desenvolvimento contínuo e uniforme.

Na bibliografia da 3ª. edição, Boyer e Merzbach caracterizam o livro de Cajori assim: "Uma das fontes mais abrangentes, não técnicas, em um volume, em inglês";[41] e, no prefácio da primeira edição, Boyer avalia o livro como "[...] até hoje um livro de referência muito útil, mas que não se adapta a uso em aulas".[42] E o livro de Eves é elogiado como "[...] o mais bem-sucedido e apropriado livro didático", que ele mesmo teria utilizado com "satisfação considerável" em ao menos doze disciplinas, desde a primeira publicação em 1953. Visto as fortes críticas resultantes das resenhas aqui destes dois livros, surgem dúvidas sobre o livro de Boyer e as revisões de Merzbach.

Uma primeira olhada no texto revela um estilo que descarta o livro de servir como obra de referência e – mais do que o livro de Cajori – para uso em disciplinas nas universidades: constata-se que o texto é escrito como uma narrativa sem nenhuma referência! E talvez ainda pior: nenhuma das muitas citações no livro indica a fonte. Isso dificulta a verificação da utilização e o uso em novas pesquisas.

Já no sumário temos algumas características importantes do espírito do livro. Os capítulos são intitulados seja por nomes de matemáticos (Arquimedes, Euler), por assuntos (álgebra, análise), ou por períodos ou culturas (China antiga e medieval), mas a partir dos Tempos Modernos só por um nome ou por um assunto matemático. Aqui pode-se notar uma grande diferença entre a concepção de Boyer e de Merzbach. Os nomes de alguns capítulos foram totalmente modificados. Além disso, a primeira edição contém 27 capítulos, três a mais que a terceira. O foco das análises são os conceitos matemáticos, mas para os períodos até os Tempos Modernos, cada capítulo costuma iniciar com uma breve introdução sobre a história da época, focalizando em aspetos geográficos e políticos, em uma ou duas páginas; porém os capítulos após os Tempos Modernos não têm mais tais introduções – tratam quase exclusivamente da história conceitual. Mas, diferentemente das outras obras, apresentam as fontes utilizadas.

Nos primeiros dois capítulos, Boyer apresenta os vestígios matemáticos encontrados no domínio das culturas primitivas. Também expõe as bases do conceito de "número" afirmando: "É improvável que isso tenha sido descoberta de um indivíduo ou de uma tribo; é mais provável que a percepção tenha sido gradual, desenvolvida tão cedo no desenvolvimento cultural do homem quanto o uso do fogo, talvez há 300.000 anos."[43] Neste momento, Boyer coloca sistemas de numeração de etnias das Américas, em particular das Maia, embora atuando milênios mais tarde. Boyer destaca que o sistema deles não foi totalmente vigesimal,[44] o que fica frequentemente colocado erroneamente em literatura de divulgação. Como para o período pré-histórico não existem documentos, fica impossível acompanhar a evolução da matemática. Os autores destacam que "[...] os começos da matemática são mais antigos que as mais antigas civilizações".[45] Boyer alerta de não confundir conjectura com história. No entanto, o livro fica cheio de erros factuais; pode-se mencionar somente alguns exemplos.

São apresentadas diversas descobertas da matemática babilônia, que é colocada em posição superior à dos egípcios. O capítulo discute amplamente o famoso tablete Plimpton 322, porém não apresenta referência aos debates intensivos na historiografia sobre esse tema. Aparentemente, a autora não utilizou os livros que apresentam o estado atual das pesquisas, como os de Høyrup e Robson – embora um outro livro de Robson, de 2009, fique referenciado na bibliografia. O texto parece ser baseado nas publicações de Otto Neugebauer dos anos 1930 e o autor fala sem hesitação de "equação quadrática", "equação cúbica", etc.

Embora a figura de Pitágoras seja colocada como "obscura" e se fale do misticismo dos números dos Pitagóricos, não fica analisado que a aritmética deles foi material: com pedrinhas – pelo contrário: a matemática deles é apresentada como "abstrata".[46] Assim, nem o teorema de Pitágoras fica problematizado, nem a crise dos incomensuráveis fica desmentida, mas fica confirmado: "[...] a comunidade matemática grega fora assombrada por uma descoberta que praticamente demolia a base da fé pitagórica nos inteiros".[47] Na análise dos *Elementos* de Euclides, fica propagado, sem nenhuma reserva, a lenda tradicional de uma "álgebra geométrica" dos Gregos.[48]

No capítulo *Correntes secundárias*, é apresentado Pappus de Alexandria como o último geômetra grego importante e Diofanto de Alexandria como o maior algebrista grego. Porém, mesmo na terceira edição revisada por Merzbach em 2011, repara-se um nível incrível de ignorância de novos resultados de pesquisa: afirma-se "[...] seis livros preservados" da *Arithmetika* dele,[49] enquanto a descoberta de mais 4 livros, em versão árabe, em 1968 foi uma das descobertas recentes mais importantes das obras da Antiguidade! Como a publicação deles em 1975 podia não ser noticiada pela Merzbach?

Boyer e Merzbach expõem, nos próximos capítulos, aspectos relacionados à China antiga e medieval, à Índia antiga e medieval, à hegemonia islâmica e ao ocidente latino. Boyer evita um eurocentrismo em negligenciando o período entre o helenismo e o fim das Trevas na Europa. Ele analisa com bastante destaque as contribuições à matemática na China, na Índia e na cultura islâmica. Ele enfatiza em particular que ninguém na Europa podia ser tornar um matemático ou um astrônomo sem entender bem a língua árabe.[50]

Em cada um dos capítulos, os autores apresentam nomes de grandes matemáticos. Já é possível perceber que essa é uma prática recorrente ao longo do livro: apresentar a matemática por meio de grandes nomes. Brahmagupta, com suas várias contribuições à álgebra, e Bhaskara, considerado o maior matemático do século XII, são alguns exemplos. Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi, Cassiodoro, Isidoro de Sevilha, Boécio, Leonardo de Pisa (Fibonacci), Nicole Oresme são alguns outros nomes encontrados nesses capítulos. No capítulo sobre o século XIII, Boyer fala das "universidades famosas": Bologna, Paris, Oxford e Cambridge – como um mesmo tipo de instituição, apesar das diferenças profundas entre elas: justamente visto o papel da matemática nelas.

No capítulo *O renascimento Europeu,* conta-se de novo o mito de cientistas fugindo de Constantinopla com manuscritos depois da conquista pelos Otomanos, enquanto um grande número de manuscritos foi roubado na conquista pelos cruzados em 1204, em particular os manuscritos de Arquimedes; e depois foi trazido um grande número de manuscritos graças à várias viagens de italianos em busca de manuscritos, antes de 1453: cerca 300, entre outros, os seis livros de Diofanto.[51] Boyer atribui a Chuquet de ter sido o primeiro a colocar, em 1494, um "número negativo isolado" como solução, ao passo que isto já tinha sido praticado em um manuscrito provençal de cerca 1430.[52] Também se atribui aí anacronicamente a Chuquet de ter operado com equações de grau qualquer: x^m.

Desde os Tempos Modernos, praticamente todos os capítulos contêm relatos sobre matemáticos, um depois do outro – com algumas informações biográficas e com relatos sobre a obra de cada um. As seções sobre matemáticos individuais são interrompidas algumas vezes por seções temáticas, como "soluções trigonométricas de equações", ou "frações decimais". A obra tem capítulos temáticos como "Técnicas britânicas e métodos continentais" que reúnem todos os matemáticos que fizeram contribuições pertinentes e também tem capítulos dedicados a um só matemático, como Euler e Gauss.

O capítulo que anuncia lidar com a Revolução Francesa providencia só poucas – e não confiáveis – informações sobre o impacto da Revolução para a matemática e continua a focar em matemáticos individuais. Por exemplo sobre a *École Normale* do ano III (então de 1795), Boyer coloca ser de 1794-95, além de dizer que Legendre lecionou nela (que não foi o caso) e que foi fechada pouco tempo depois, por dificuldades administrativas, enquanto atuou segundo o "método revolucionário" para formar em pouco tempo muitos professores para a tarefa urgente de abrir as novas escolas públicas.[53] Embora a biografia de Cauchy por Bruno Belhoste (1991) esteja na bibliografia, não foi utilizado para desfazer atribuições tradicionais. Bem ao contrário: afirma-se que "[...] não há indicação de que [Cauchy e Bolzano] se tenham encontrado" em Praga,[54] mas o encontro dos dois em 1834 não só foi publicado em 1962, mas fica relatado no livro de Belhoste.[55] E sobre Argand e Caspar Wessel, conta-se também os relatos de sempre, embora os novos resultados apresentados no evento de 1998 comemorando Wessel tenham sido publicados em 2001.

Os capítulos sobre o século XIX vão servir para caracterizar mais as abordagens da obra. Na seção sobre Cauchy, as contribuições dele para o rigor nos conceitos de limite e convergência ficam destacados, mas não é mencionado o problema da convergência uniforme para o teorema da continuidade da função limite de uma série de funções convergentes. A convergência uniforme fica mencionada só no capítulo sobre Weierstrass, e não quanto a esse teorema, mas quanto a derivação termo a termo de séries de funções – e aí fica somente colocado de maneira que, privando melhores informações, que Cauchy "encontrou" esse conceito.[56]

A abordagem da obra de subordinar análises de desenvolvimentos conceituais ao foco personalizando, não adianta para entender esses desenvolvimentos. Por exemplo, a seção sobre a geometria não-euclidiana é dedicada só a Lobachevski – as contribuições de Beltrami e Klein são mencionadas só mais tarde, em outras seções; e Poincaré somente nos capítulos acrescentados. Sobre Dirichlet, sem dúvida um dos matemáticos muito importantes do século XIX, não tem uma seção própria – ele fica tratado somente na seção de Fourier e de Gauss; enquanto Dedekind, por exemplo, tem uma seção específica. As breves indicações de alguns elementos biográficos em cada seção sobre um matemático não permitem de entender os processos de profissionalização acontecendo neste século.

Boyer, na primeira edição do livro, teceu algumas poucas características do século XX no último capítulo do livro, *Legados do século vinte*. Na segunda edição, Merzbach estendeu este capítulo e o dividiu em dois. Já na terceira versão, Merzbach revisou toda a obra e incluiu um capítulo intitulado *Tendências recentes* que apresenta soluções de problemas de longa data e o efeito dos computadores na natureza das demonstrações.

Embora contemple uma gama extensa de informações, mas frequentemente não confiáveis, a ênfase dada às obras de matemáticos individuais, além de desconsiderar as questões sociais que envolvem as descobertas matemáticas, mesmo os desenvolvimentos conceituais – quer dizer na abordagem "internalista" – não ficam coerentemente analisados. O que faz ainda mais desaconselhar o uso deste livro - além do grande número de erros factuais e da falta de atualidade, em dar conta dos resultados novos consolidados da pesquisa – é o estilo que se pode chamar 'autoritário': escondendo as referências para as próprias afirmações e as fontes das citações, obrigando assim o leitor de simplesmente acreditar em tudo que é apresentado.

Dirk Struik, *História Concisa das Matemáticas* (1948/1997)

Aqui trataremos da obra *História Concisa das Matemáticas* de Dirk Jan Struik em sua 3.ª edição, traduzida em português por João Cosme Santos Guerreiro. Dirk Jan Struik (1894-2000) nasceu em Roterdã, Holanda, viveu na Itália, Alemanha e Estados Unidos, tendo se fixado neste último. O autor apresenta o livro nesta edição como um desenvolvimento de algumas ideias principais da história da matemática até aproximadamente 1945. Em sua obra, tenta descrever as principais tendências do desenvolvimento da matemática através das épocas e do ambiente social e cultural em que ocorreram.[57] A obra, com 395 páginas, é apresentada em nove capítulos com uma exposição cronológica, embora não indique uma linearidade das ideias.

O livro foi publicado, na primeira edição, em 1948 em inglês, a primeira obra da história da matemática depois da famosa palestra de Boris Hessen na Segunda Conferência Internacional de História da Ciência, em Londres em 1931, chamando para uma revolução na historiografia da matemática, baseada em revelar as raízes sociais das ciências. Struik se tornou, assim, o *Nestor* da historiografia moderna da matemática. O livro teve um enorme êxito, houve traduções em muitas línguas – ao menos 20 – entre outras, em praticamente todas da Europa de Oeste e Leste, em chinês, japonês e turco. O livro, tratando originalmente do período da Antiguidade até cerca 1900, foi estendido na quarta edição de 1987 até os meados do século XX.[58] Em muitas traduções, um apêndice foi acrescentado sobre a história da matemática no respectivo país. A tradução é feita sob a 3.ª edição inglesa, de 1987.

O livro inicia, no seu primeiro capítulo, com o surgimento de práticas matemáticas na idade da pedra – paleolítico e neolítico – e enfatiza o desenvolvimento de técnicas, de ferramentas e de intercâmbios comerciais, desde que povos nômades se tornaram sedentários. A descoberta de técnicas de fundição e manufatura, primeiro do cobre e depois de utensílios e armas de bronze, estimulou fortemente atividades comerciais. Registros numéricos encontrados documentam práticas de contar. O autor aponta que o homem do período neolítico tinha um grande sentido para padrões geométricos e que as raízes sociais da matemática eram evidentes nestes tempos primitivos da história da humanidade. Conhecimentos astronômicos sobre o movimento do Sol, Lua e estrelas, o uso de calendário lunar serviram no desenvolvimento da agricultura e do comércio. Da astronomia resultaram conhecimentos sobre as propriedades da esfera, das direções angulares, dos círculos e mesmo de figuras mais complicadas. O autor menciona também as matemáticas de três antigas civilizações: os Minóicos-Micênicos, os Maias e os Incas.

O segundo capítulo, sob título "O oriente antigo", apresenta características das matemáticas desenvolvidas pelas civilizações orientais durante o quinto, quarto e terceiro milênios a.E.C., em especial os chineses, egípcios, indianos e mesopotâmios. Representam sociedades tecnicamente mais evoluídas, provenientes das comunidades neolíticas que se fixaram nas margens dos grandes rios da África e da Ásia, primeiramente ao longo dos rios Nilo, Tigre, Eufrates e Indo, depois ao longo do Ganges, Huang Ho e Yang-Tse. O autor relata traços de uma matemática do tipo aritmético-algébrico surgida como uma ciência prática que gradualmente passou a ser estudada por si só, ou seja, com tendências para a abstração. Assim, a medição foi uma das origens da geometria teórica. O isolamento destas culturas resultou em diferenças fortes, cada uma preservando as práticas e notações caraterísticas.

No terceiro capítulo, sobre a Grécia, Struik analisa as razões múltiplas para o surgimento de uma matemática dedutiva: a idade do bronze foi substituída pela idade do ferro, transformando a arte da guerra e estimulando o comércio; o surgimento de cidades ao longo das costas do Mediterrâneo; a navegação com novos modos de intercâmbios e;

o surgimento da escrita alfabética. A mudança das culturas dos vales de rios para as culturas urbanas propiciou para uma sociedade baseada na riqueza do comércio e do trabalho de escravos, o que os permitiam fruir do lazer e das reflexões filosóficas acerca do seu mundo. Assim, dessa atmosfera do racionalismo nasceu a matemática dedutiva, colocando não só a questão "Como?" mas também "Por quê?".[59] A atmosfera intelectual conduziu à discussão dos fundamentos da matemática e da cosmologia especulativa.

Com o império estabelecido por Alexandre o Grande, a cultura do helenismo permitiu compartilhar a sua matemática em grandes dimensões, no Oriente e no Ocidente – a partir de Alexandria, o novo centro político e cultural. O Império Romano, sucedendo em dominar todo o Mediterrâneo, continuava a ter a sua estrutura econômica baseada na agricultura. A agricultura da parte Ocidental era baseada no trabalho escravo, enquanto a parte Oriental nunca utilizou escravo, exceto para tarefas domésticas e trabalhos públicos. Struik, diferentemente de outras obras, relaciona a matemática prática dos Romanos e o não acolhimento do caráter dedutivo grego com a natureza do trabalho escravo.[60]

No quarto capítulo, "O oriente depois do declínio da sociedade grega", Struik destaca – diferente da maioria das obras – a grande importância das culturas hindu e islâmicas para o desenvolvimento matemático. Ele analisa a contribuição dos hindus para o sistema de posição decimal e as contribuições dos matemáticos islâmicos para a álgebra, apontando a prática retórica deles, sem uma notação simbólica. As pesquisas sobre a elaboração da notação simbólica no Magrebe surgiram só décadas depois da redação deste livro. Nesse capítulo, Struik relata também das contribuições na China, e em particular da importância de um currículo organizado para exames, a fim de formar funcionários no serviço do Estado.

O quinto capítulo é denominado "Os Começos na Europa Ocidental". Durante a Alta Idade Média, as condições econômicas, as instituições sociais e a vida intelectual permaneceram fundamentalmente aquilo que tinham sido durante o declínio do Império Romano. Assim, o desenvolvimento das ciências do Ocidente era pequeno e vinha do Oriente, o que sempre é destacado por Struik. Os primeiros séculos do feudalismo ocidental se caracterizaram por pouco interesse pela matemática, mesmo nos mosteiros. Boécio era a maior fonte de autoridade. O início dos próprios trabalhos no Ocidente é devido aos primeiros sábios que foram para a Espanha, para traduzir e estudar a matemática islâmica.[61]

Novas condições sociais se estabeleceram em cidades italianas que, com um crescimento bancário, invenções tecnológicas e início do capitalismo se liberaram de senhores feudais. Essas cidades começaram a estabelecer relações comerciais com o Oriente, que ainda eram o centro da civilização. Espanha e Sicília eram os pontos de contato mais próximos entre Oriente e Ocidente. O primeiro mercador ocidental com trabalhos notáveis de matemática foi Leonardo de Pisa, também chamado Fibonacci, que viajou para o Oriente como mercador e no regresso escreveu *Liber Abaci* (1202) com informações aritméticas e algébricas recolhidas nas suas viagens. Quanto à introdução dos algarismos indo-árabes, Struik relata que, em 1299, nos estatutos da *Arte del Cambio,* os banqueiros de Florença estavam alertados de usar numerais árabes e eram obrigados a usar os símbolos romanos, por causa dos enganos com os algarismos manuscritos, não estandardizados;[62] Struik desmentiu assim a lenda muito repetida em diversas obras, a de que seria uma proibição pela Igreja Católica.

Visto a dominância dos interesses práticos na Idade Média, houve só pouco interesse em matemática "especulativa". Mas entre os filósofos escolásticos houve o exemplo do bispo Nicole Oresme, concebendo variáveis dependentes e independentes.

A transição para os Tempos Modernos tem início no século XV, período marcado por artistas e engenheiros que mostravam interesse pela geometria e o estudo das perspectivas, como Leonardo da Vinci. O movimento de Humanismo, valorizando o saber matemático da Antiguidade, foi apoiado pela invenção da imprensa que possibilitou dar amplo acesso a livros publicados para o ensino da aritmética prática e das aplicações comerciais.

No sexto capítulo, sobre o século XVII, Struik aponta os inícios de profissionalização, com as primeiras novas academias – uma tendência continuada no século XVIII. No oitavo capítulo, Struik relata com muita ênfase o impacto da Revolução Francesa para reformas sociais e para novas estruturas para o ensino e, em particular, também para as ciências e os novos papéis sociais da matemática que resultam também em mudanças fortes na produção matemática.

A nova e turbulenta atividade matemática não foi devida, basicamente, aos problemas técnicos provocados pelas novas indústrias. Struik aponta que, contrário a um mito comum, a Inglaterra, centro da revolução industrial, permaneceu estéril por várias décadas. Os matemáticos do século XIX não se encontravam mais nas cortes reais ou nos salões da aristocracia. A sua principal ocupação não consistia mais em ser membro de academia culta; eram frequentemente empregados por universidades ou escolas técnicas e eram professores, assim como investigadores.

Foram anos de produtividade quase febril nas novas geometrias, algébrica e projetiva. A questão de saber se o postulado das paralelas de Euclides é um axioma independente ou pode ser derivado de outros axiomas tinha confundido os matemáticos durante 2000 anos. A geometria não-euclidiana (o nome é devido a Gauss) permaneceu durante várias décadas um campo obscuro da matemática. A aceitação total destas teorias só chegou após 1870.

O nono capítulo, acrescentado na quarta edição inglesa de 1987, trata até a primeira metade do século XX. Aqui, Struik destaca as novas práticas dos matemáticos profissionalizados: atuando agora em universidades e institutos, ou escolas politécnicas, criando revistas especializadas, sociedades nacionais e enfim congressos internacionais.

A obra de Dirk Struik é uma obra pioneira de história social da matemática. Longe do padrão tradicional de exaltar o papel da matemática grega, apresenta uma análise – de fato, sucinta, mas conceituada – das várias culturas que têm contribuído para o desenvolvimento da matemática. Sendo publicado em 1948 e pouco atualizado nas reedições, o livro não pode dar conta dos avanços nas pesquisas profissionalizadas e nos desenvolvimentos metodológicos da historiografia. Assim, não relata os progressos na análise dos tabletes cuneiformes, a superação da alegada álgebra geométrica dos gregos e nem as abordagens para analisar as institutionalizações da matemática como interações entre as produções de matemáticos e as exigências e valores sociais de formação e ensino. Mas mesmo assim, permanece uma obra de referência, graças à sua abordagem abrangente das culturas e épocas.

Struik apresenta em sua obra um discurso sobre a continuidade e afinidade das civilizações orientais, mostrando que o desenvolvimento das ciências do Ocidente era pequeno e vinha do Oriente. Discurso incomum nos livros de história da matemática e muito bem ressaltado pelo autor.

Considerações finais

A historiografia da matemática tem se desenvolvido fortemente desde os anos 1970. As metodologias de pesquisa têm se aprimorado decisivamente e uma riqueza de novos resultados, ampliando antigos mas também revisando-os, foram publicados, alterando bastante todo o corpo da história da matemática. Um marco desta mudança foi a criação da primeira revista especializada, *Historia Mathematica*, em 1974. No entanto, todos os quatro livros resenhados aqui foram publicados antes desta profissionalização da historiografia – o que já coloca em dúvida de serem aptos para uso em disciplinas hoje em dia. Como todas as traduções para o português são de revisões dos originais ingleses feitos por seus autores ao menos nos anos oitenta, podia-se esperar que avanços na historiografia já seriam acolhidos nas últimas edições.

Revela-se, porém, que nenhum dos quatro livros deu conta dos avanços metodológicos da historiografia, e também não deu resultados novos das pesquisas e de descobertas novas de fontes significativas. Durante a resenha, mostrou-se exemplos sobre o tratamento dado aos babilônios, a suposta utilização de uma "álgebra geométrica" pelos gregos e a ocultação da descoberta dos novos livros de Diofanto. Além disso, pode-se citar erros factuais, que obviamente acontecem em todos os livros, mas com alguns que poderiam ser facilmente corrigidos.

Em dois dos livros, Cajori e Eves, pode-se notar a adoção de uma interpretação eurocêntrica dos fatos. Outro problema, apresentado por Boyer, é referente à metodologia. Em seu livro, as referências são ocultadas. Nem quando se coloca citações diretas as referências são colocadas. Visto que já foram publicadas traduções dos livros de Eves e de Boyer no Brasil, não deu para entender porque foi publicado em 2007 a tradução de um livro composto no final do século XIX e não atualizado desde então de maneira sensata.

Um outro fator que deveria desestimular o uso nos cursos de licenciatura são as concepções historiográficas tradicionais aplicadas nos livros de Cajori, Eves e Boyer. A escolha de tratar apenas do desenvolvimento conceitual da disciplina desconsidera certos fatores que são fundamentais para o entendimento de como a matemática se desenvolve. Fatores como a falta de uma boa contextualização, da desconsideração dos diferentes tipos de institucionalizações e os processos de profissionalização da disciplina são alguns dos responsáveis pelas ressalvas que deveríamos considerar ao adotarmos apenas esses livros como principais referências em cursos de licenciatura, e ainda mais de pós-graduação. Somente o livro de Struik faz entender a abordagem da história social da matemática.

Notas e referências bibliográficas

1 Autor para correspondência. E-mail: gert.schubring@uni-bielefeld.de.

2 BORGES, M. F. (2016). Um estudo sobre a relação entre a matemática e a religião presente nos livros de história da matemática utilizados em cursos de licenciatura. *HISTEMAT – Revista de História da Educação Matemática.* Sociedade Brasileira de História da Matemática, p. 151. Este levantamento foi feito em 2010; assim, a tradução de Cajori não ainda entrou nas práticas das lições.

3 GRATTAN-GUINNESS, Ivor (2004). The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage. *Historia Mathematica*, v. 31, p. 163-195.

4 HØYRUP, Jens (2002). *Lengths, Widths, Surfaces - A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Skin*. New York: Springer.

5 ROBSON, Eleanor (2008). *Mathematics in Ancient Iraq*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

6 GONÇALVES, Carlos H. B.; Claudio POSSANI, C. (2009). Revisitando a descoberta dos incomensuráveis na Grécia antiga. *Revista Matemática Universitária*, v. 47, p. 16-24.

7 ROQUE, Tatiana (2012). *História da Matemática – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar.

8 Falamos na introdução que a separação entre história internalista e externalista da ciência já não é de grande serventia para dar conta dos desenvolvimentos mais recentes, entretanto, na época de publicação das primeiras edições do livro de Cajori, essa divisão se encaixa perfeitamente na descrição de seu pensamento.

9 Todas as matemáticas, de todas as épocas, sofreram, e ainda sofrem, influência da cultura em seus desenvolvimentos. No entanto, para as culturas da antiguidade, é praticamente impossível dissociar a cultura em si das práticas matemáticas da época.

10 CAJORI, Florian. 2007. *Uma História da Matemática*. Traduzido por Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., p. 26.

11 Ibid., p. 37-38.

12 Ibid., p. 50.

13 Ibid., p. 54.

14 Ibid., p. 105.

15 ROQUE, Tatiana. 2012. *História da Matemática – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, p. 161.

16 CAJORI, 2007, p. 166.

17 CAJORI, FLORIAN. 1985. (4ª Ed.). *A History of Mathematics.* New York: Chelsea Publishing Company, p. 99; tradução nossa.

18 Ibid.; tradução nossa.

19 CAJORI, 2007, p. 178.

20 SMITH, David Eugene. 1894. *Cajori's History of Mathematics*. In: Bull. New York Math. Soc.3, Vol. 3, nº 8, 190-197.

21 Existe mesmo uma edição recente deste livro: GOW, James. (2010)*A short history of Greek mathematics*. Cambridge University Press, 2010.

22 SMITH, 1894, p. 196-197; tradução nossa.

23 EVES, Howard, Introdução à História da Matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas, Editora da Unicamp. 2011

24 Ibid., p. 26.

25 Ibid., p. 78.

26 Ibid., p. 103.

27 UNGURU, Sabetai. On the Need to Rewrite the History of Greek mathematics, *Archive for History of Exact Sciences*, v. 15, n. 1. Springer, 1975.

28 EVES, p. 106.

29 Ibid., p. 166.

30 Ver ROQUE, 2012, p.119.

31 EVES, p. 250.

32 Ibid., p. 261.

33 Ibid., p. 292.

34 Ibid., p. 338.

35 Ibid., p. 295.

36 Ibid., p. 417, 418, 424, 436.

37 Ibid., p. 456.

38 Ibid., p. 532.

39 Disponível em: http://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Boyer.html

40 Disponível em: https://torch.si.edu/2017/07/in-memoriam-uta-c-merzbach/

41 BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da matemática.* Tradução de Helena Castro. 3ª ed. São Paulo: Blücher, 2012, p. 471.

42 Ibid., p. xi.

43 Ibid., p. 24.

44 Ibid., p. 25.

45 Ibid., p. 27.

46 Ibid., p. 58.

47 Ibid., p. 70.

48 Ibid., p. 73-74.

49 Ibid., p. 134.

50 Ibid., p. 164.

51 MESKENS, Ad. 2010. *Travelling Mathematics - The Fate of Diophantos' Arithmetic.* Basel: Birkhäuser.

52 BOYER, 2012., p. 196.

53 Ibid., P. 323.

54 Ibid., p. 337.

55 BELHOSTE, Bruno. 1991, p. 172. *Cauchy – A Biography*. New York: Springer.

56 BOYER, 2012, p. 391.

57 STRUIK, Dirk. *História Concisa das Matemáticas.* 3ª edição. Lisboa: Gradiva, 1997, p. 18.

58 ROWE, David E. 2001. Looking Back on a Bestseller: Dirk Struik's *A Concise History of Mathematics*. In: *Notices of the American Mathematical Society*, vol. 48, n° 6. 590-592.

59 STRUIK 1997, p. 73.

60 Ibid., 1997, p. 101.

61 Ibid., p. 137.

62 Ibid., p. 140.

[Recebido em Setembro de 2020. Aceito para publicação em Dezembro de 2020]