

A "MECÂNICA ONDULATÓRIA" DE JOHANNES KEPLER*

Hugo Franco*

RESUMO – Procuramos neste trabalho estabelecer traços comuns entre a mecânica celeste “harmônica” formulada por Kepler em sua obra *Harmonia dos Mundos* e o modelo de átomo proposto por Niels Bohr na “mecânica quântica antiga”. Kepler imaginou que o movimento dos planetas era associado com um “som” abstrato, não audível, cuja altura seria proporcional à sua velocidade angular em torno do Sol. As órbitas dos planetas estariam ligadas a certas cordas vibrantes circulares, divididas em segmentos iguais por polígonos inscritos. A associação de movimento com uma onda poderia ser uma “ancestral” das ondas de matéria de L. de Broglie, enquanto as cordas circulares seriam análogas às órbitas estáveis do átomo de Bohr, interpretadas por de Broglie como “ondas estacionárias” de elétrons, com um número inteiro de comprimentos de onda.

1. Introdução

Este trabalho procura evidenciar a existência de determinadas analogias entre a mecânica celeste “harmônica” de Kepler, exposta no *Harmonices Mundi* (1619) e o primeiro modelo atômico da “mecânica quântica antiga”, proposto por Niels Bohr, e posteriormente reformulado por W. Wilson, A. Sommerfeld e L. de Broglie, três séculos depois. Não se deseja provar que Kepler tenha sido um precursor da mecânica quântica no sentido de antecipar suas conclusões. Pressupostos fundamentais para esta teoria, como o caráter discreto da carga elétrica e da matéria, sequer haviam sido formulados à esta época, fazendo parte de um problema científico que estava muito longe de ser formulado no século XVII. No entanto, a despeito desta distância histórica, o modelo “harmônico” do sistema solar proposto por Kepler tem uma estrutura que, sob certos aspectos, se assemelha mais ao átomo de Bohr do que o modelo planetário da mecânica newtoniana, muito mais próxima cronologicamente.

Em sua primeira obra, o *Mysterium Cosmographicum* (1596), anterior às suas observações astronômicas, Kepler procurou associar os planetas aos cinco sólidos platônicos, buscando uma lei universal que descrevesse o conjunto de suas órbitas. Mais tarde, no *Harmonices Mundi*, os polígonos regulares, conjuntamente com uma

teoria das harmonias musicais, tiveram um papel importante na elaboração destas leis. À época em que escreveu esta obra, Kepler utilizou a descrição mais precisa então disponível da cinemática dos planetas, em cujo aperfeiçoamento colaborara pessoalmente, trabalhando junto ao astrônomo Tycho Brahe. Adepto da concepção heliocêntrica de Copérnico, procura uma ordem subjacente a estes movimentos, um “modelo teórico”. O modelo descrito no *Harmonices Mundi* está ancorado na geometria de Euclides e nos conhecimentos então consagrados da harmonia musical e das cordas vibrantes (musicais), que Kepler associa à mecânica celeste. Será em tal modelo que buscaremos as analogias com a mecânica quântica.

2. A herança de Kepler

Kepler é conhecido sobretudo pelas suas “três leis” do movimento dos planetas. A “primeira lei” diz que as órbitas são elípticas, estando o sol em um dos focos. A “segunda”, que o raio vetor de cada planeta varre áreas iguais em tempos iguais. A “terceira lei” estabelece que o tempo de revolução é proporcional a a^3 , onde a é o raio médio da órbita. As duas primeiras leis foram publicadas no *De Motibus Stellae Martis* (1609) e a terceira, no *Harmonices Mundi* (1619). Essas leis foram contribuições fundamentais na elaboração da mecânica newtoniana, que o sucedeu em algumas décadas.

* Prof. Assistente Doutor – Instituto de Física da Universidade de São Paulo, Caixa Postal 20516, 01498, São Paulo, SP.

Se as “leis de Kepler” foram consagradas pela ciência, grande parte de sua obra foi, de certo modo, depreciada e relegada ao esquecimento, interpretada como uma *parte mística*, quimérica de seu trabalho. Um exemplo conhecido está nos cálculos de órbitas dos planetas a partir dos sólidos platônicos. Isto também ocorreu com a quase totalidade do *Harmonices Mundi*. A “terceira lei”, único resultado desta obra consagrado pela ciência, escapa à lógica do raciocínio ali desenvolvido, pois não está diretamente ligada aos intervalos musicais. Kepler a apresenta, de fato, como um tópico estranho à obra:

...parte de meu *Mysterium Cosmographicum*, inacabada há 22 anos por não ter sido então evidenciada, deve ser apresentada neste lugar (KEPLER, 1977, p. 307, (V, 189))¹.

Afora a “terceira lei”, o *Harmonies Mundi* é relativamente pouco conhecido, não tendo sido realmente integrado à tradição científica subsequente. Redigido em latim, inexistiu até o presente uma tradução completa para a língua inglesa, que conta apenas com a tradução do volume 5, e a tradução francesa é relativamente recente. Apenas a língua alemã contou com traduções mais antigas.

O julgamento depreciativo da *parte mística* da obra de Kepler pode ser ilustrado pelas palavras do matemático Laplace, que menos de um século mais tarde considerava

aflictivo para o espírito humano ver este grande homem... se deleitar com estas quiméricas especulações, considerando-as como alma e vida da Astronomia (apud COHEN, 1984, p. 14).

Já no século passado, W. Whewell afirmava que

As partes místicas das opiniões de Kepler... não parecem ter interferido com suas descobertas (apud COHEN, 1984, p. 15).

Também sua dedicação sistemática à astrologia, disciplina prestigiada em sua época, e mesmo

1. A paginação refere-se à edição francesa. Entre colchetes, acrescentamos o volume e a paginação do original em latim: *Harmonices Mundi*. Linz, 1619. 5v. Edições mais recentes: *Joanis Kepleri Astronomi Opera omnia*. Frankfurt, 1858. 8 v. Editor: FRISCH, Ch. *Johannes Kepler Gesammelte Werke*. Munich, 1937. Editores: CASPAR et al. *Weltharmonik*. Munich, 1939. Repr. 1967. The Harmonies of the World V. In: HUTCHINS, R. M. (ed.) *The Great Books of the Western World*. Chicago: Encyclopaedia Britannica INC. 1952. V. 16.

uma de suas atribuições oficiais enquanto *Matemático Imperial*, foi julgada de maneira pejorativa por historiadores da ciência:

...Kepler recorreu ao comércio de Almanques e ao menos honrado negócio das previsões astrológicas, para garantir seu sustento (SIMON, 1979, p. 29).

A concepção de mundo de Kepler era, em contraste com a ciência dos séculos subsequentes, fortemente permeada pelo pensamento religioso, vendo na ordem do Universo uma manifestação da divindade e de sua perfeição. Em diversas passagens, Kepler nos sugere antes um sacerdote da Antiguidade, observador e *intérprete* dos céus, do que os astrônomos que o sucederam. O volume 5 do *Harmonices Mundi*, por exemplo, se inicia com esta piedosa citação de Galeno:

Início este discurso sagrado, um hino cheio de verdade ao Deus Criador, e julgo piedoso, não sacrificar hecatombes de touros para Ele, ou queimar incenso de numerosos perfumes e caneleira, mas antes, eu próprio aprender, e em seguida ensinar aos outros quão grande é Ele em sua sabedoria, quão grande o seu poder, quão grande sua bondade (KEPLER, 1977, p. 294, (V, 178)).

Kepler considera a si próprio não um pensador racional, mas um iluminado por uma *revelação divina*, como se vê nesta passagem em que comenta uma semelhança entre seu trabalho e o de Ptolomeu:

A natureza das coisas, revelou-se à humanidade, através de diferentes intérpretes separados por séculos; havia o dedo de Deus... dentro das Almas dos dois homens que se entregaram inteiramente à contemplação da natureza, havia a mesma concepção de mundo, embora nenhum deles tenha guiado o outro na escolha de seu caminho (KEPLER, 1977, p. 294, (V, 178)).

Sua intensa fé era mais do que uma religiosidade exaltada. Constitua para Kepler no elo básico entre conhecimento humano e natureza, na certeza de uma ordem subjacente do universo, que ele procurava decifrar e cujo conhecimento seria uma forma de louvar o Criador. A aritmética e a geometria seriam manifestações de uma ordem anterior à criação do mundo, a partir da qual Deus o teria construído.

Esta maneira de compreender o universo, enraizada na Idade Média, sofreria uma trans-

formação profunda com a revolução científica do século XVII. Os caminhos seguidos por Kepler na elaboração de suas leis tornar-se-iam então estranhos à ciência, que reteve apenas os resultados que lhe eram conformes. A memória de Kepler fez jus às palavras de um biógrafo contemporâneo:

As descobertas passaram à posteridade, mas não o espírito que as suscitou (SIMON, 1979, p. 8).

3. Astronomia e música

Além do aspecto religioso, também a metodologia e o instrumental usados por Kepler contrastam com os da física tal qual ela é presentemente organizada. O título *Harmonia dos Mundos* nos informa da importância da música neste trabalho. Kepler procura encontrar nos movimentos dos astros as chamadas "proporções harmônicas", por sua vez ligadas às consonâncias sonoras da música, à qual dedica extenso capítulo. Para se interpretar o *Harmonices Mundi* é necessário situá-lo dentro de uma mais antiga tradição da ciência ocidental, que remonta às doutrinas platônico-pitagóricas da "harmonia das esferas".

A associação de astronomia e música, disciplinas afastadas no saber contemporâneo era, no entanto, solidamente estabelecida dentro do conhecimento científico da época de Kepler. A música fazia então parte do *quadrivium*, conjunto de disciplinas universitárias "exatas", ao lado da astronomia, da aritmética e da geometria (COHEN, 1984, p. xiii, 18).

Esta organização do conhecimento foi herdada da Antiguidade clássica. Atribui-se a Pitágoras a formulação precisa de certas regras geométricas para a divisão da corda de um instrumento musical a fim de produzir sons "harmônicos" (COHEN, 1984, p. 1). Esta doutrina está intimamente associada à criação do mundo narrada no *Timeu* de Platão (1952, p. 35-39). O mundo (universo) teria uma forma esférica como "corpo", enquanto sua "alma" teria sido constituída através das mesmas leis da divisão pitagórica da corda vibrante musical (ibid., p. 35; DREYER, 1953, p. 60-71). Estas leis harmônicas fariam parte da inteligência do universo, regendo sua geometria e seus movimentos.

Em outras civilizações, a música também está ligada à estrutura interna do mundo e à sua gênese, associando-se invariavelmente às práticas religiosas:

A música... escapa à esfera tangível e se presta à identificação com uma outra ordem do real: isto faz com que se tenha atribuído a ela, nas mais diferentes culturas, as próprias propriedades do espírito. O som tem um poder mediador, hermético: é o elo comunicante do mundo material com o mundo espiritual e invisível (WISNIK, 1990, p. 25).

Nos mitos de gênese do mundo; "a fonte de onde emana o mundo é sempre uma fonte acústica" (SCHNEIDER apud WISNIK, 1990, p. 35). A criação harmônica da "alma do mundo" de Platão, descrita no *Timeu*, vai ao encontro desta afirmação, estabelecendo um paralelo entre este estágio da ciência ocidental e o saber de outras civilizações.

A interpretação "harmônica" dos céus foi levada adiante por astrônomos como Eudoxo e Nicômano, que utilizam as proporções musicais para definir as distâncias entre os planetas e a Terra. Continuator desta tradição "harmônica" da Grécia, o astrônomo Claudio Ptolomeu, que viveu em Alexandria no século II, escreveu um livro sobre música, *Harmonia*, além de seu célebre tratado de astronomia, o *Almagesto*, e de livros sobre astrologia e geografia. No *Harmonia*, Ptolomeu elaborou um sistema de afinação, a escala "justa", que prevaleceu no Ocidente até o Renascimento. Nesta obra, a harmonia musical também é relacionada ao movimento dos corpos celestes (DREYER, 1953). Kepler retomou muitas concepções astronômicas de Ptolomeu, sobre cuja obra calçou a organização geral do *Harmonices Mundi*.

Pouco permaneceu na ciência moderna desta linguagem da Antiguidade, compartilhada pela civilização ocidental com outros povos do mundo até o fim da Idade Média. Kepler parece ter sido um dos últimos representantes desta duradoura dinastia de pensadores. Se as três leis foram incorporadas à ciência ocidental, sua teoria "harmônica" das órbitas dos planetas não se mostrou precisa e eficaz como a mecânica newtoniana, tendo sido logo abandonada e, com ela, sua metodologia. No período que se seguiu, a música perdeu o *status* de explicação essencial da natureza.

Ao longo do século XVII, a tradicional disciplina da teoria musical, modificou-se profundamente, terminando por cindir-se em arte da música e ciência da acústica. A *consonância musical* – ao lado de fenômenos ligados a cordas vibrantes, tubos sonoros, membranas – passou a ser um objeto de estudo privilegiado nas

diversas discussões, originando a acústica e a física ondulatória tal como as conhecemos. A música tornou-se uma atividade independente da ciência e da religião, passando gradualmente a ser regida por critérios estéticos próprios.

Diversos autores participaram desse processo de transição, destacando-se Johannes Kepler, Simon Stevin, Vincenzo Galilei, Galileu Galilei, Giovanni Battista Benedetti, Christiaan Huyghens, Isaak Beeckman, Athanasius Kercher, René Descartes, Marin Mersenne, todos autores de tratados de música (PALISCA, 1961; COHEN, 1984). Newton incorpora elementos da teoria musical em seu *Opticks*, embora estes não sejam realmente decisivos em seu raciocínio. Em sua conhecida experiência do disco giratório com faixas coloridas, a proporção das cores é dosada a partir de frações diretamente ligadas aos intervalos musicais (NEWTON, 1979, p. 154). Também os célebres anéis de interferência ótica, Newton procura ajustar às proporções das consonâncias musicais (ibid., p. 212, 225), o que ilustra o prestígio das escalas musicais no conhecimento deste período.

Durante o século XVII, as teorias musicais, bem como os meticulosos conhecimentos empíricos dos fabricantes de instrumentos musicais, acumulados por séculos, nutrem esta ciência nascente, que busca explicações para fenômenos já conhecidos por tais artesãos, como os batimentos, as consonâncias, a ressonância entre cordas. Da teoria musical da Idade Média, herdada dos gregos, à física das vibrações que conhecemos existe, portanto, um *continuum*.

Esta transição se consolida, possivelmente no século XVIII, com Jean Le Rond d'Alembert. É bem conhecida sua contribuição no domínio da acústica e vibrações mecânicas. d'Alembert escreveu também um tratado de *harmonia*, no qual são descritas experiências com cordas vibrantes, realizadas por Joseph Sauveur, ajustadas ainda segundo os antigos preceitos do monocórdio medieval, mas com o fim de evidenciar e descrever geometricamente "os harmônicos", já na acepção moderna da palavra, como vemos neste pequeno trecho:

...veremos a corda C F · fremir e assumir... a figura C K D H E G F, na qual se distinguirão os pontos imóveis D, E e os três ventres K, H, G, de modo que as três partes CD, DE, EF sejam iguais... (d'ALEMBERT, 1752).

Nas experiências de d'Alembert, a corda vibrante faz o papel de um gerador calibrado de som, que excita outras cordas.

Revista da SBHC, n. 6, p. 1-12, 1991

A música, para ter se tornado uma ciência "exata", contou com certos fenômenos físicos ligados aos sons que propiciam sua associação com números. Quando dois sons de forma de onda periódica e com relações de frequência da forma M/N (M, N inteiros) são produzidos simultaneamente, as duas ondas de frequências fundamentais f_1 e f_2 podem ser decompostas em uma série de ondas senoidais (harmônicas), de frequências $f_1, 2f_1, 3f_1, 4f_1, \dots$ e $f_2, 2f_2, 3f_2, 4f_2, \dots$, respeitando a condição $f_2 = (M/N) f_1$. Nessas condições, três fenômenos ocorrem: 1. Coincidências de harmônicos (PLOMP, 1965); 2. Coincidência de tons combinados (PLOMP, 1965) e; 3. Baixo fundamental ausente (ROEDERER, 1973, cap. 4; RITSMA, 1962).

Estes fenômenos são percebidos pelo ouvido, que privilegia esteticamente relações de frequência tipo M/N . Assim, podemos dizer que a consonância musical tem uma realidade objetiva, ancorando-se em última análise em um fenômeno físico. Esta origem física explica porque, quase sem exceção, as escalas musicais de muitos povos do mundo em diferentes épocas privilegiam as mesmas relações de frequência 2:1 (oitava), 3/2 (quinta) e 4/3 (quarta), fato documentado pela etnomusicologia (DANIÉLOU, 1978); WILKINSON, 1988).

O elo da acústica com a aritmética e a geometria se fez, desde a Grécia antiga, através dos precisos *instrumentos musicais*, especialmente as cordas vibrantes e os tubos sonoros. A corda, por exemplo, produz, quando solta, uma dada série harmônica. Quando, mantida a tensão constante, for colocada uma trava imobilizando um ponto a uma distância de $2/3$ do comprimento da corda, produzir-se-á nova série harmônica com uma fundamental de frequência igual a $3/2$ da corda solta. O comprimento, proporcional ao período, constitua numa contrapartida geométrica facilmente mensurável das relações inteiras de frequência, fornecendo um fundamento "experimental" às teorias geométricas da harmonia.

4. A harmonia planetária de Kepler

A teoria criada por Kepler para decifrar o movimento dos planetas utiliza como ferramenta um amálgama em que se fundem geometria, música e aritmética. Kepler concebia os planetas como pertencentes a um único sistema, com

uma lei de formação definida, que deveria de algum modo ligar-se à geometria. Buscou, em sua primeira obra, o *Mysterium Cosmographicum* (1597), uma lei geométrica que determinasse univocamente as relações entre os diâmetros das órbitas dos planetas, a partir dos cinco sólidos platônicos (poliedros regulares).

Mais tarde, a lei de formação que procurava será encontrada por Kepler através dos *polígonos regulares* e das *consonâncias musicais*, na obra *Harmonices Mundi*. Ele retoma o sistema Platônico-Pitagórico de divisão da corda vibrante, que estabelecia as consonâncias musicais, ou seja, de certas proporções precisas de comprimento da corda que tornariam "harmônico" o som simultâneo de duas notas. Na tradição grega, estas proporções seriam: 1:1, 2:1, 3:2, 4:3. No século XVII, dois milênios depois, novas consonâncias haviam sido aceitas e incorporadas à lista, correspondendo às proporções 5:4, 6:5, 5:3, 8:5. A existência dessas novas consonâncias fora "comprovada" auditivamente por Kepler, e tinham para ele o *status* de dados experimentais.

No volume III do *Harmonices Mundi*, intitulado "Da Origem das Proporções Harmônicas", Kepler estabelece uma base geométrica, para discriminar os intervalos musicais consonantes dos dissonantes, que estivesse em conformidade com a convenção da época. A demonstração baseia-se na divisão da circunferência em partes iguais, gerando polígonos regulares inscritos:

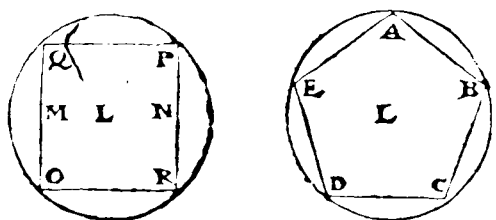


FIGURA 1: Polígonos regulares inscritos na circunferência.

Kepler idealiza em seguida uma corda vibrante circular que pode ser dividida em um número inteiro de partes iguais, também aptas a vibrar:

No que se refere ao canto, basta que uma corda esticada em linha reta possa ser dividida, enrolada sobre um círculo, segundo o lado de uma figura inscritível (KEPLER, 1977, p. 95, (V, 11)).

Em seguida, estabelece comparações entre a vibração produzida por um número inteiro de "partes" com a "totalidade" da corda e com as partes resultantes ("resíduo"), como se fossem cordas soadas simultaneamente. A partir de critérios geométricos, ligados à propriedade do polígono ser *demonstrável* ou não, seleciona então as relações consonantes e dissonantes dentre as múltiplas combinações de comprimentos possíveis (parte-totalidade, parte-resíduo, resíduo-totalidade).

Sem entrarmos no mérito da avaliação feita por Kepler de quais as "verdadeiras" consonâncias e quais as dissonâncias, assinalamos que o processo de divisão geométrica da corda vibrante em um número inteiro N de partes iguais equivale a delimitar N comprimentos de onda, caracterizando o N-ésimo modo normal de vibração.

Tanto a circunferência como as cordas são associadas por Kepler a uma vibração abstrata:

Aqui a corda é tomada não no sentido estrito da geometria, mas como qualquer comprimento capaz de emitir um som. E, por ser o som provocado pelo movimento, abstratamente a corda deve ser entendida como o comprimento de qualquer movimento, ou ainda qualquer outro comprimento, ainda que [apenas] concebido em pensamento (KEPLER, 1977, p. 94, (V, 10)).

E, mais adiante:

Como um círculo poderia ser tensionado de forma a emitir um som, e como ele deveria ser adaptado a um corpo oco para haver ressonância, ou a uma figura de modo a ressoar como um todo ou em duas partes, seria long a explicar aqui; no entanto, tivemos que fazê-lo por tratar-se não apenas do canto, que é uma harmonia que se tornou consistente com o som, mas deve-se subentender que o intervalo seja *independente dos sons* (KEPLER, 1977, p. 95, (V, 11)); grifo meu).

Estabelecidas as harmonias, relações abstratas entre comprimentos e vibrações, Kepler procura relacioná-las ao movimento dos planetas. No volume 5 do *Harmonices Mundi*, intitulado "Da Harmonia Perfeita dos Movimentos Celestes", Kepler apresenta uma peculiar descrição dos movimentos celestes, usando uma linguagem *musical*, utilizando uma *partitura*. Ele associa uma melodia ao movimento de cada

planeta, que se repete ciclicamente a cada volta do mesmo. A construção desta partitura, singular diagrama científico, segue um critério rigorosamente quantitativo, representando de modo condensado as observações astronômicas de que Kepler dispunha.

A altura das notas (frequência) cresce com a velocidade angular “instantânea” (arco diurno) do planeta em torno do sol (DREYER, 1953, p. 405). Ao afélio de Júpiter é associado à nota G (Sol). As demais notas musicais percorridas pelos planetas são estabelecidas de modo que as velocidades angulares sejam proporcionais aos *inversos* dos comprimentos de corda (de um monocórdio, por exemplo) associados às notas (vide DREYER, 1953, p. 405-410).

A variação de velocidade angular dos planetas ao longo de sua órbita (que é excêntrica) está portanto representada pela partitura, uma seqüência de notas musicais (COHEN, 1984, p. 28). Uma maior amplitude percorrida na escala musical traduz maior excentricidade da órbita, por existir maior variação de velocidade angular.

Esta linguagem era provavelmente a mais precisa disponível em uma época anterior ao gráfico cartesiano, onde a música tinha o mesmo *status* que a geometria e aritmética. Os “dados experimentais” são assim transpostos para um diagrama que evoca o tratamento teórico com que serão analisados.

Kepler mesmo aponta imperfeições nesta representação:

[os planetas] ...não vão de um extremo a outro por saltos e intervalos, mas por uma tensão contínua, percorrendo todos os intermediários (potencialmente infinitos), o que não pude representar senão através da série contínua de notas intermediárias... (KEPLER, 1977, p. 330, (V, 206)).

O que as notas da partitura representam não é realmente um som audível, esclarece Kepler, mas uma vibração abstrata:

Não existe nenhum som no céu, e o movimento [dos planetas] não é turbulento a ponto de provocar um som agudo pelo atrito do sopro celeste (KEPLER, 1977, p. 317, (V, 197); vide DREYER, 1953, p. 406).

Os movimentos celestes constituiriam, em conjunto, “...um perene concerto (racional, não vocal)...” (COHEN, 1984, p. 28).

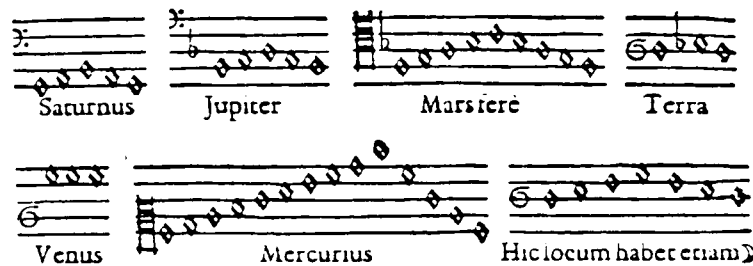


FIGURA 2: Partituras associadas ao movimento dos planetas.

Em sua descrição do movimento dos planetas, os “sons” (vibrações) abstratos dos planetas ressoariam simultaneamente, ocorrendo consonâncias harmônicas entre os mesmos. As notas musicais associadas aos arcos diurnos dos *afélios* e *periélios* dos planetas serão utilizadas no estabelecimento das *harmonias* musicais celestes. A proporção entre os arcos diurnos de um planeta no afélio e no periélio é associada a um *intervalo musical*, o mesmo acontecendo entre afélios e periélios de planetas com órbitas vizinhas, gerando uma tabela de proporções

harmônicas (vide COHEN, 1984, p. 22; DREYER, 1954, p. 408). Os intervalos harmônicos dos planetas têm para Kepler o *status* de conclusões, de resultados finais do *Harmonices Mundi*, revelando a estrutura subjacente aos movimentos dos astros.

5. O modelo atômico de Bohr

Traçamos a seguir um esboço dos primeiros passos da mecânica quântica, em particular dos fatos que estão ligados ao modelo atômico de

Bohr, que será posteriormente comparado com o modelo planetário de Kepler.

Em meados do século passado, o espectro ótico do hidrogênio era parcialmente conhecido, embora fosse ignorada sua origem microscópica. O físico inglês G. J. Stoney propôs em 1871 uma análise das linhas espectrais do Hidrogênio como harmônicos de uma única frequência fundamental, tal qual a série produzida por uma corda vibrante (GEORGE..., 1912, p. xxix). Foi posteriormente refutado por Schuster graças a um melhor conhecimento do espectro de hidrogênio através da espectroscopia da luz solar (GEORGE..., 1912, p. xxix). Em 1885, Balmer obteve uma fórmula relativamente simples, bastante diferente da de Stoney, que conseguiu reproduzir uma das séries do espectro do Hidrogênio, generalizada em 1890 por Rydberg de modo a representar todo o espectro (vide HAAR, 1967, p. 43). A origem microscópica deste espectro era ainda uma incógnita.

Em 1901, o físico francês J. Perrin sugeriu que os átomos tivessem uma "estrutura núcleo-planetária". Notou também que a revolução dos elétrons poderia ter períodos da mesma ordem dos períodos óticos. O físico N. Nagaoka propôs independentemente em 1904 um "sistema saturniano" para representar o átomo, onde uma partícula central de carga positiva seria rodeada por anéis de elétrons com uma velocidade angular comum. Este modelo foi posteriormente reformulado por J. W. Nicholson, que procurou associar os modos de vibração dos "anéis de elétrons" às frequências de linhas espectrais (ROSENFELD, 1963, p. xi-xiv; HAAR, 1967, p. 34-42). Estes modelos pressupunham a mecânica newtoniana e o eletromagnetismo de Maxwell como teorias fundamentais.

Uma primeira ruptura com estas teorias ocorreu com a formulação da hipótese dos *quanta* de luz por Einstein em 1905: certos experimentos somente poderiam ser explicados atribuindo-se à luz propriedades de partícula, em oposição à sua então bem estabelecida natureza ondulatória (EINSTEIN, 1905). A idéia de luz como partícula era longe de ser nova na ciência ocidental, remontando aos atomistas gregos (MAITTE, 1981, p. 14; LUCRÉCIO, 1952, IV, 26-461) e atravessando períodos de variado sucesso (MAITTE, 1981; WHITTAKER, 1951, p. 1-32). A teoria da luz formulada por Newton era essencialmente atomista, e a rejeição de tal modelo em função das evidências

experimentais de Young em favor da concepção ondulatória lhe valeram mais de um século de esquecimento (COHEN, 1979, p. vii-lviii). Depois do estabelecimento da teoria dos quanta, a ótica de Newton foi de certo modo reabilitada e será o próprio Einstein a prefaciá-la a primeira reedição em mais de 200 anos do *Opticks* de Newton, para quem "a Natureza era um livro aberto" (EINSTEIN, 1931). Podemos, de certo modo, identificar nos quanta de luz ou *fótons* uma reintegração do atomismo na ótica.

Em 1913, Bohr propôs o primeiro modelo atômico a descrever com sucesso as séries de linhas do espectro do hidrogênio, fazendo uso do conceito do fóton (BOHR, 1913a, b, c). O modelo de Bohr era o de um átomo "planetário": o elétron girando em torno do núcleo, atraído por uma força eletrostática inversamente proporcional ao quadrado da distância (como a força gravitacional). Ao contrário, porém, do modelo clássico de gravitação, Bohr postulava que apenas determinadas órbitas do elétron seriam permitidas. A cada transição entre uma órbita ou nível mais alto para um mais baixo, haveria a emissão de um fóton de energia proporcional à *diferença* de energia dos níveis envolvidos, possuindo uma frequência associada f tal que

$$h f = (E_m - E_n),$$

onde h é a constante de Planck.

As várias linhas espectrais do hidrogênio corresponderiam às diferentes transições, e sua fórmula geral empírica (de Rydberg) encontrava uma contrapartida na teoria, determinando as órbitas estacionárias permitidas. Uma condição adicional para a teoria era a de que, no limite de um elétron fracamente ligado, a frequência f , correspondente a estados vizinhos em energia, deveria se igualar à frequência de órbita prevista pela mecânica clássica (princípio da correspondência).

Posteriormente, Louis de Broglie, num movimento talvez simétrico ao da concepção da luz como partícula, postulou a existência de *ondas de matéria*. As órbitas permitidas do modelo de Bohr foram reinterpretadas como uma consequência da natureza ondulatória dos elétrons, possuindo um *número inteiro de comprimentos de onda*.

Louis de Broglie, pouco tempo antes da formulação da equação de Schrödinger, afirmava:

os resultados precedentes... que estabeleceram um elo entre o movimento de um móvel e a propagação de uma onda deixam entrever a possibilidade de uma síntese de teorias antagônicas sobre a natureza da radiação (DE BROGLIE, 1925, p. 37.)

O movimento passa a ter uma relação indissociável com uma onda que de Broglie postulava:

O Princípio de Fermat aplicado à onda de fase é idêntico ao princípio de Maupertuis aplicado ao móvel: as trajetórias dinamicamente possíveis do móvel são idênticas aos raios possíveis da onda. Pensamos que esta idéia de uma relação profunda entre os dois grandes princípios da ótica geométrica e da Dinâmica poderia ser um guia precioso para realizar a síntese das ondas dos quanta (DE BROGLIE, 1925, p. 56).

Erwin Schrödinger seguirá este “guia precioso” ao integrar o formalismo de Hamilton-Jacobi e a teoria do *eikonal*, originária da órbita geométrica, produzindo sua conhecida equação diferencial para as ondas de matéria (KRAH, 1982).

A despeito de sua eficácia na descrição das linhas do Hidrogênio, o modelo de Bohr, como outros eventos ligados à elaboração da mecânica quântica, causou grande impacto, devido à ruptura que implicava com as teorias fundamentais então consolidadas. Rosenfeld nos ilustra o confronto com as novas e paradoxais idéias citando trechos de correspondências em que Mc Laren escrevia a Bohr:

...estou inclinado a crer que as velhas noções da mecânica estão superadas...; ao que Bohr respondeu: ...no que se refere à necessidade de novos pressupostos, creio que estamos de acordo, mas o Sr. acha os horríveis pressupostos que usei necessários? (BOHR, 1913d).

A propósito da situação da física neste período, outro autor comenta:

Seria difícil esperar que os físicos em geral teriam boa vontade em desistir dos conceitos da eletrodinâmica... a eletrodinâmica clássica foi no início do século XX uma estrutura tanto sólida quanto abrangente, unindo em sua construção quase todo o conhecimento físico acumulado ao longo dos séculos, a ótica, a eletricidade, a termodinâmica, assim como a mecânica. Com o colapso de tal estrutura, poderíamos sentir que a física havia subitamente ficado sem abrigo (HAAR, 1967, p. 35).

6. As harmonias de Kepler e o átomo de Bohr

Procuraremos, a seguir, confrontar a mecânica celeste do *Harmonices Mundi* com o modelo de Bohr da “mecânica quântica antiga”, apontando analogias entre ambos. A despeito das profundas diferenças de pressupostos que necessariamente existem entre as teorias neopitagóricas de Kepler e a física do século XX, encontramos inesperados pontos de contato, como se certas idéias tivessem, para usar um conceito quântico, atravessado por “tunelamento” os séculos de ciência que os separam. O reconhecimento de tais semelhanças pode permitir mitigar o aspecto de ruptura histórica do modelo de Bohr, eventualmente conferindo-lhe raízes mais antigas.

A. Ondas de matéria

O movimento dos planetas foi associado por Kepler à emissão de um som, que se tornaria mais agudo ou mais grave conforme sua velocidade angular. Este som não seria audível, mas constituiria um “concerto racional”. É neste som abstrato que Kepler procurará a essência última das leis que regem o movimento dos corpos celestes. Nas inter-relações algébricas e harmônicas da música dos planetas estaria a lógica subjacente ao movimento, sua “Harmonia do Mundo”.

Esta imagem do movimento associado a um som ou vibração, concebida num período embrionário da mecânica, tornar-se-ia completamente estranha à subsequente mecânica “newtoniana”, na qual o movimento passou a ser formulado em termos de forças e acelerações que descreveriam a totalidade dos fatos relevantes.

A cinemática das órbitas planetárias, delimitada por Kepler através de uma partitura que traduz as velocidades angulares dos planetas em sons de altura variável, seria, no nosso entender, análoga à onda de matéria de Louis de Broglie. Notamos que o comprimento de onda associado a uma partícula livre por de Broglie é inversamente proporcional ao seu movimento linear, o que pode ser comparado com as diferentes “alturas” das notas associadas às diferentes velocidades dos planetas. Bem entendido, a “frequência” das ondas não tem qualquer

relação com a constante de Planck. As alturas das notas emitidas pelos planetas é fixada por argumentos de analogia, como a atribuição da nota G (sol) para o planeta Saturno, e não depende da massa do planeta.

Ressalvadas estas fundamentais diferenças, sob os aspectos que abordamos, a associação de onda ao movimento teria tido em Kepler um antecessor. Convém enfatizar que a mecânica newtoniana não excluiu os fenômenos ondulatórios. Pelo contrário, seu formalismo permitiu descrever movimentos periódicos como o dos pêndulos, bem como fenômenos ondulatórios mais complexos, como a vibração de corpos contínuos e ondas elásticas. Mas o movimento contínuo de um único corpo só voltou a ser associado a um comportamento ondulatório no século XX, com a idéia de ondas de matéria formulada por Louis de Broglie.

B. Órbitas quantizadas

O movimento dos planetas é associado por Kepler às relações entre polígonos regulares, por sua vez ligados às ondas de uma corda vibrante circular. Esta construção é, em sua forma, análoga a uma órbita do átomo de Bohr. A corda é dividida em um número inteiro de partes iguais, da mesma maneira que a órbita do elétron, segundo a interpretação de de Broglie.

As duas ondas circulares têm uma constituição diferente e representam diferentes objetos: a corda vibrante de Kepler é uma construção que possibilita associar o círculo à harmonia, e com isso, utilizar critérios geométricos para excluir as dissonâncias, decorrentes de figuras não demonstráveis. É uma onda abstrata, que possui uma relação indireta com a órbita dos planetas. Estes possuem vibrações próprias, e o círculo vibrante serve para correlacioná-las. Já no caso da onda circular da interpretação de de Broglie, esta supostamente representa o próprio elétron, com sua massa associada, sua materialidade.

Além disso, diversos aspectos do modelo kepleriano não parecem ter qualquer contrapartida no átomo de Bohr. Afinal não há nada de singular com os números quânticos 7, 13 e 17, embora correspondam, na construção de Kepler, a polígonos não demonstráveis, e portanto, ...não empregadas por Deus no ornamento do mundo... (KEPLER, 1977, p. 37, (I, 32)).

A mecânica newtoniana e a quântica têm imagens do movimento essencialmente diversas. A imagem newtoniana da *partícula* em movimento é de que este seja contínuo, descritível por uma trajetória. Não há uma vibração associada. Nesse sentido, a despeito das limitações das analogias mencionadas, o modelo de Kepler guarda com a mecânica quântica afinidades que a mecânica newtoniana não possui.

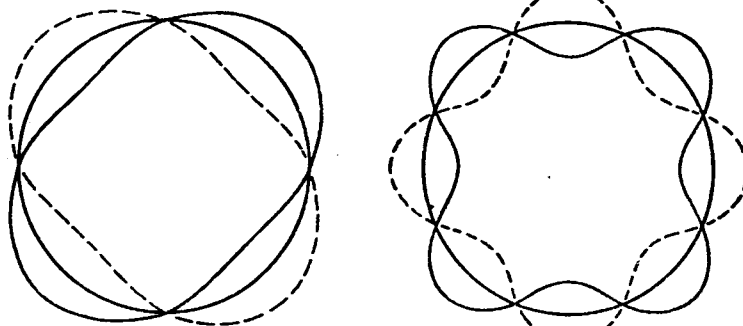


FIGURA 3: Órbita do elétron conforme a interpretação de De Broglie.

7. Discussão

Nos parágrafos precedentes procuramos evidenciar semelhanças entre o sistema planetário harmônico de Kepler e o átomo de Bohr. Não pretendemos aqui atacar o problema de encontrar as razões de tais semelhanças, nos limi-

tando a mencionar aqui dois trabalhos que guardam certos paralelos com o presente estudo, apontando para dois tipos de análises distintos.

Em primeiro lugar, podemos apontar uma via essencialmente histórica, representada pela análise de I. B. Cohen (1979) em seu prefácio

ao *Optiks* de Newton. Cohen discute o problema da concepção atomista de Newton sobre a luz, face à descoberta dos fótons. Busca estabelecer os diversos passos históricos que conectam a física do início do século XX, em particular o problema da concepção da luz, com a do século XVII. É uma situação análoga ao problema com que nos confrontamos. Ele traça o caminho por vezes sinuoso e paradoxal com que tais idéias científicas foram utilizadas ou criticadas por diversos autores ao longo da história, mostrando como a ciência de uma dada época influencia a leitura de seus predecessores. Um estudo análogo poderia indicar de maneira linear como a “ciência da harmonia” da época de Kepler poderia indiretamente ter influenciado a física do século XX.

Um segundo tipo de análise, qualitativamente diferente, consiste na identificação de formas universais de pensamento, os *arquétipos*, conceito criado por C. G. Jung e exemplificado por um ensaio do físico Wolfgang Pauli (PAULI, 1952) a respeito precisamente de Kepler. Pauli, incidentalmente um dos fundadores da mecânica quântica, descreveu Kepler como um adepto de uma “descrição mágico-simbólica da natureza” (PAULI, 1952, p. 154). Segundo Pauli, idéias *arquéticas*, por ele descritas como “instintos do espírito”, ou “imagens primordiais”, tiveram importante papel no desenvolvimento do pensamento das idéias científicas de Kepler. A função psíquica de tais arquétipos seria a de uma “ponte entre a percepção sensorial e as idéias”, constituindo “um pressuposto necessário para a evolução de uma teoria científica da natureza” (PAULI, 1952, p. 153):

O processo de compreensão da natureza, assim como a satisfação que o homem sente em compreender... parece, portanto, basear-se em uma correspondência, um “encaixe” entre imagens pré-existentes na psique humana com objetos externos e seu comportamento (PAULI, 1952, p. 152).

Nesta interpretação, os eventuais paralelos entre Bohr e Kepler poderiam ser procurados antes em características universais do pensamento humano do que em uma cadeia de eventos históricos. Este ponto de vista é compartilhado, ainda que de modo mais informal, por Einstein que, também a propósito de Kepler, nos diz:

A mente humana parece precisar construir formas antes de se poder encontrá-las nas coisas. A maravilhosa conquista de Kepler é um exemplo especialmente bom do fato de que o conhecimento não pode provir somente da experiência, e sim da comparação de invenções do intelecto com o fato observado (EINSTEIN, 1930, p. 262).

Neste sentido, o *Harmonices Mundi* teria sido uma vasta “invenção do intelecto”, que foi confrontada com um sistema planetário de dimensões astronômicas, sem obter a eficácia que o consagrasse em seu tempo. Kepler era ambicioso quanto ao alcance de sua obra: *...lanço [este livro] ao acaso... para ser lido senão pelos meus contemporâneos, pela posteridade...* Dentre as muitas leituras possíveis do *Harmonices Mundi*, optamos por nos debruçar sobre o seu universo *harmônico*, comparando-o com um “modelo planetário” do átomo, de dimensões microscópicas, proposto por Bohr três séculos depois, procurando evidenciar um aspecto da riqueza desta complexa obra, cuja leitura ainda está longe de ter sido esgotada.

LISTA BIBLIOGRÁFICA

- ALEMBERT, J. *Le Rond d' Eléments de Musique, Théorie et Pratique Suivant les Principes de M. Rameau*. Paris: David l'Ainé, 1752.
- BOHR, N. On the Constitution of Atoms and Molecules. *Philosophical Magazine*, v. 26, p. 1-25, 1913a. Série 6.
- . On the Constitution of Atoms and Molecules – Part II: Systems Containing Only a Single Nucleus. *Philosophical Magazine*, v. 26, p. 476-502, 1913b.
- . On the Constitution of Atoms and Molecules – Part III: Systems Containing Several Nuclei. *Philosophical Magazine*, v. 26, p. 857-875, 1913c. Há uma reimpressão de Bohr 1913a em Haar, D. ter, 1967, p. 132. Reprodução *Fac Simile* de Bohr 1913a, b e c em Rosenfeld, 1963, p. 1, 27, 55. Existe uma tradução portuguesa de Rosenfeld, 1963 (com os artigos de Bohr) editada pela Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1969.
- . Carta a McLaren de janeiro de 1913, 1913d. In: ROSENFELD *On The Constitution of Atoms and Molecules*. Nova Iorque: W. A. Benjamin, INC., 1963. Introdução, p. xli.
- COHEN, H. F. *Quantifying Music – The Science of Music at The First Stage of the Scientific Revolution, 1580-1650*. Dordrecht (Holanda): D. Reidel Publ. Co., 1984.

- COHEN, I. B. *Prefácio*. In: NEWTON, I. *Opticks*. New York: Dover Publications, 1979.
- DANIÉLOU, A. *Sémantique Musicale – Essai de Psycho-physiologie Auditive*. Paris: Hermann Editeurs, 1978.
- DE BROGLIE, L. Recherches Sur la Theorie des Quanta. *Annales de Physique*, p. 22-128, 1925.
- DREYER, J. L. E. *A History of Astronomy from Tales to Kepler*. New York: Dover Publ., 1953.
- EINSTEIN, A. On a Heuristic Point of View about the Creation and Conversion of Light. In: HAAR, D. ter *The Old Quantum Theory*. Oxford: Pergamon Press, 1967. P. 91. Originalmente publicado em *Annalen der Physik*, v. 17, p. 132, 1905.
- _____. Johannes Kepler. In: EINSTEIN, A. *Ideas and Opinions*. London: Alvin Redman Ltd., 1956, p. 262. Nota publicada originalmente no *Frankfurter Zeitung* em 9 de novembro de 1930, por ocasião do aniversário de 300 anos da morte de Kepler.
- GEORGE Johnston Stoney. *Proceedings of the Royal Society*, v. 86, p. xx-xxv, 1912. Biografia anônima escrita em homenagem a G. J. Stoney.
- HAAR, D. ter. *The Old Quantum Theory*. Oxford: Pergamon Press, 1967.
- KEPLER, J. *L'Harmonie du Monde*. Paris: Librarie Blanchard, 1977.
- KRAGH, H. Erwin Schrödinger and the Wave Equation: The Crucial Phase. *Centaurus*, v. 26, p. 154-197, 1982.
- LUCRÉCIO On the Nature of the Things. In: HUTCHINS, R. M. (ed.) *The Great Books of the Western World*. Chicago: Encyclopaedia Britannica INC, 1952. V. 12. Título do original: De Rerum Natura (circa 60 a.C.).
- MAITTE B. *La Lumière*. Paris: Éditions du Seuil, 1981.
- NEWTON, I. *Opticks*. New York: Dover Publ., 1979. 1. ed. 1704.
- PALISCA, C. Scientific Empiricism in Musical Thought. In: RHYS, H. H. (ed.) *Seventeenth Century Science and the Arts*. Princeton: Princeton University Press, 1961. P. 91-137.
- PAULI, W. (1952). The influence of archetypal ideas on the scientific theories of Kepler. In: HULL, R. F. C. (trad.) *The Interpretation of the Nature and the Psyche*. Pantheon Books 1972. Bollingen Series, v. 51, p. 148-247. Título do original: Naturerklärung und Psyche (publicado conjuntamente com C. J. Jung).
- PLATÃO Timeus. In: HUTCHINS, R. M. (ed.) *The Great Books of the Western World*. Chicago: Encyclopaedia Britannica INC, 1952. V. 7.
- PLOMP, R. et al. Tonal Consonance and Critical Bandwidth. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 38, p. 548-560, 1965.
- PLOMP, R. Detectability Threshold for Combination Tones. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 17, p. 1110-1123, 1965b.
- RITSMA, R. J. Existence Region of the Tonal Residue. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 34, p. 1224-1229, 1962.
- ROEDERER, J. G. *Introduction to Physics and Psychophysics of Music*. New York: Springer-Verlag, 1973.
- ROSENFELD (ed.) *On The Constitution of Atoms and Molecules*. New York: W. A. Benjamin, 1963. Introdução, p. I-LIII. Antologia de textos de Bohr.
- SIMON, G. *Kepler – Astronome, Astrologue*. Paris: Editions Gallimard, 1979.
- WHITTAKER, E. *A History of the Theories of Aether and Electricity*. London: Thomas Nelson and Sons Ltd. 1951. V. 1.
- WILKINSON, S. R. *Tuning In*. Milwaukee: Hal Leonard Books, 1988.
- WISNIK, J. M. *O Som e o Sentido*. São Paulo: Companhia das Letras, 1990.

ABSTRACT – We compare the “harmonic” theory conceived by Kepler in his description of the planetary movements with the early planetary atom models of the “old quantum mechanics” proposed by Niels Bohr. In Kepler’s view the movement of a planet around the Sun was represented by a non audible “sound”, whose pitch was proportional to the angular velocity, while the orbits were associated with “circular strings” divided in an integer number of segments by inscribed regular polygons. The association of movement with some kind of “wave” in Kepler’s model could be an ancestor of the Louis de Broglie’s matter waves, while the “circular strings” are in some sense analog to the “planetary model” of Bohr’s hydrogen atom, whose stable “orbits” were further interpreted by de Broglie as circular electron “standing waves” with an integer number of wavelengths.

(Recebido em 26/06/91)