"A VARIAÇÃO DOS TRIÂNGULOS ESFÉRICOS" DE MANUEL ARAÚJO GUIMARÃES: primeiro impresso de Matemática, no Brasil, após a liberação da imprensa em 1810

CIRCE MARY SILVA DA SILVA

Resumo: A "Impressão Régia", fundada em maio de 1808, foi até o ano de 1821 a única tipografia brasileira. Com a criação do curso matemático da Academia Real Militar do Rio de Janeiro, em 1810 e a liberação da imprensa no Brasil, surgiu a possibilidade para que brasileiros pudessem publicar artigos e livros-texto; essa era inclusive uma exigência dos estatutos da referida academia. Algumas contribuições surgiram exatamente nessa época, visando principalmente servir de material para o ensino. Guimarães foi um dos autores que contribuiu significativamente neste período. Em 1812 foi publicado o primeiro opúsculo matemático escrito por Guimarães, depois do surgimento da imprensa no Brasil. O artigo trata da trigonometria esférica, e nele o autor introduz a idéia de diferencial nos triângulos esféricos, mostrando como aplicar as fórmulas diferenciais a problemas da Astronomia.

Abstract: The "Impressão Régia", founded in May 1808, was the only brazilian publishing house till 1821. With the creation of the course on Mathematics at the Royal Militar Academy (Real Academia Militar do Rio de Janeiro) in Rio de Janeiro, in 1810, and the liberation of the press in Brazil, it became possible for brazilians to publish articles and textbooks; this was indeed a requeriment clearly stated among the regulations of the afore mentioned academy. Some contributions appeared exactly in that period, which had the main purpose to be used for the teaching. Guimarães was one the most active contributors at that time. The first paper on the mathematics by Guimarães was published in 1812, after the setting up the press in Brazil. The article regards - spherical trigonometry. The author introduces thereby the idea of differential for spherical-triangles, and he shows how to apply differential formulae to problems in Astronomy.

Manuel Ferreira de Araujo Guimarães (1777-1838) - personagem quase desconhecido na História do Brasil - nasceu na Bahia, foi estudar em Portugal, mas, por motivos financeiros, não pode cursar a Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra. Em Portugal permaneceu de 1791 a 1805. Diplomou-se com brilhantismo na Academia Real de Marinha[1], onde estudou de 1798 a 1801. Iniciou, em Coimbra, o trabalho de tradução de livros-texto, principalmente os franceses. Em 1800, traduziu o livro intitulado *O Curso Elementar e Completo de Matemáticas Puras* de Lacaille; em

1 Wilson Martins afirma que Guimarães estudou na Academia Real da Marinha, assim como outros historiadores que editaram dicionários bibliográficos brasileiros e portugueses. Orientamo-nos por estes autores, em oposição a outros pesquisadores, que afirmam que Guimarães estudou na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra.

1802, *O tratado Elementar de Análise Matemática*, de Cousin.

Em 1805 retornou ao seu país de nascimento. Em 1809 foi nomeado lente da Academia dos Guardas da Marinha e, em 1811, tornou-se um dos primeiros docentes do curso de matemática da Academia Militar do Rio de Janeiro, permanecendo neste cargo até 1821 e, em 1823, tornou-se membro da junta diretora da mesma Academia. Além disso foi membro da junta diretora da Impressão Régia, primeira editora brasileira. No Brasil, ele traduziu e publicou os seguintes livros: *Elementos de Geometria*, de Legendre 1809; *Elementos de Álgebra* - postos em linguagem para uso dos alunos da Academia Militar do Rio de Janeiro", de Euler; *Tratado de Trigonometria* por Legendre", em 1809 e *Álgebra para a Geometria de Lacroix*, em 1821.

É bom ressaltar que os estatutos da Academia Militar eram extremamente rígidos, recomendando inclusive quais os livros-texto que deveriam ser utilizados no ensino. Somente com a autorização do imperador, era possível qualquer alteração destas indicações. Embora Guimarães tenha traduzido a Álgebra de Euler, para ser usada na Academia, ele mesmo solicitou ao imperador permissão para substituir o referido livro-texto pelo de Lacroix. Parece que o texto de Euler não era muito apropriado para o ensino na Academia.

Na opinião de Wilson Martins, no início do século XIX ocorreu a divisão entre dois mundos - "uma fratura entre o velho mundo mental que se desfazia e as novas tendências que se firmavam" (Martins, v. ii, 55). Entre os membros dessas novas tendências, encontrava-se certamente Manuel Guimarães que, segundo Martins, não se sabe quantos "Araujos Guimarães" saíram do Seminário de Jacuecanga. Possuidor de uma visão ampla, não se limitou a docência da Matemática, muito precocemente adquiriu conhecimento de latim e grego, o que talvez explique o seu pendor para a literatura. Sobressaiu-se na literatura escrevendo obras poéticas como o Epitalâmio (1805) no casamento de D. Fernando Antonio de Almeida, Ode pela restauração do Porto (1809), Epicédio ao Senhor Rodrigo de Sousa Coutinho oferecido a Condessa de Linhares (1812), etc. Recebeu durante sua vida inúmeros títulos e condecorações: comendador da Ordem de São Bento de Assis, Cavaleiro da Ordem do Cruzeiro, Brigadeiro do Corpo de engenheiros e deputado da Assembléia Constituinte em 1823.

Wilson Martins observa que a introdução da imprensa, no Brasil, em 13 de maio de 1808, não correspondeu a uma implantação imediata da liberdade de pensamento, uma vez que qualquer manuscrito com pretensões de publicação precisava ser submetido a uma junta diretora para apreciação. Esta junta possuia amplos poderes de censura. Os temas de religião e política estavam excluídos da discussão, restando, portanto, poucas oportunidades para a manifestação de idéias. Nos tempos iniciais, fizeram parte desta junta, entre outros, o filósofo e publicista Silvestre Pinheiro Ferreira; o matemático, José Saturnino da Costa Pereira e, também, o personagem de nossa trama, Manuel Ferreira de Araujo Guimarães.

Guimarães esteve sempre preocupado em divulgar os resultados matemáticos, considerando o número expressivo de obras de matemáticos de prestígio que traduziu. O impresso isolado denominado o "Prospecto", editado pela Impressão Régia, com autorização do Imperador Dom João VI, de autoria de Manuel Ferreira Guimarães, em 1812, sugere a criação de um periódico no Rio de Janeiro. Até então, o único jornal a circular no Rio de Janeiro era a *Gazeta*. O autor justificava a criação deste, porque acreditava que na *Gazeta* não havia espaço suficiente para a divulgação de toda a produção brasileira. Sugeriu que o título do periódico fosse o **Patriota**. O nome não poderia deixar de ser outro, visto o nacionalismo exacerbado do autor, que sentia-se molestado pelas críticas de estrangeiros, que duvidavam da capacidade dos brasileiros, ele sugeriu inclusive uma epígrafe para o jornal, reveladora de sua extrema nacionalidade **"Eu desta glória só fico contente, que a minha Terra amei e a minha gente"**. Revelava-se extremamente otimista, acreditando que os "sábios" da terra não se recusariam a colaborar com artigos para o periódico. Infelizmente o otimismo de Guimarães não duraria muito tempo.

Segundo suas próprias palavras o jornal seria:

consagrado às ciências, literatura, política, comércio, agricultura, etc. Quanto a primeira parte, compreenderá as últimas descobertas nas ciências e artes, com preferência as que forem devidas a autores nacionais, observações físicas e metalúrgicas do nosso continente, contando-se nas primeiras, as do termometro e do barômetro, que servirá para fazer conhecer o estado da nossa atmosfera em diferentes épocas e ajuizar do nosso clima e temperatura dos mais hábeis engenheiros, indagações geográficas[...] (Guimarães, 1812).

Guimarães sugeriu, no Prospecto, a forma que o referido jornal deveria ostentar, inclusive o preço do mesmo e a data de seu primeiro volume, prevista para janeiro de 1813. Guimarães parecia estar muito familiarizado com as atividades de publicação e deixava entrever que trabalhava também na **Gazeta** do Rio de Janeiro. Além disso, parece ter sido redator de um jornal de cunho político que advogava as causas da independência do Brasil, intitulado o "**Espelho**" e que circulou em torno de 1822.

"O Patriota" começou a circular, em 1813, mensalmente. Em fevereiro de 1813, surgiu uma das primeiras contribuições à Matemática, num artigo de autoria de José Saturnino da Costa Pereira com o título: "Entre todos os sólidos de igual superfície, achar o que tem o volume máximo". Como observou D'Ambrosio trata-se de um problema variacional e, é o primeiro artigo de matemática avançada no Brasil colonial, de que se tem notícia. Além do Patriota foi o redator da Gazeta do Rio de Janeiro, no período de 1813 a 1821 e novamente de 1826 a 1830.

Além da tradução de obras estrangeiras, Guimarães escreveu o primeiro livro-texto de Geodésia e Astronomia no Brasil, de que se tem conhecimento. Os *Elementos de Astronomia*, pulicados em 1814, foram escritos para uso dos alunos da Academia Real Militar. Segundo Abraão de Morais, que analisou a obra, esta não tem nada de original, a não ser a boa ordenação da matéria. Todavia, evidencia que seu autor estava perfeitamente familiarizado com os progressos de astronomia de sua época. *Elementos de Geodésia*, do mesmo autor, foi editada um ano depois.

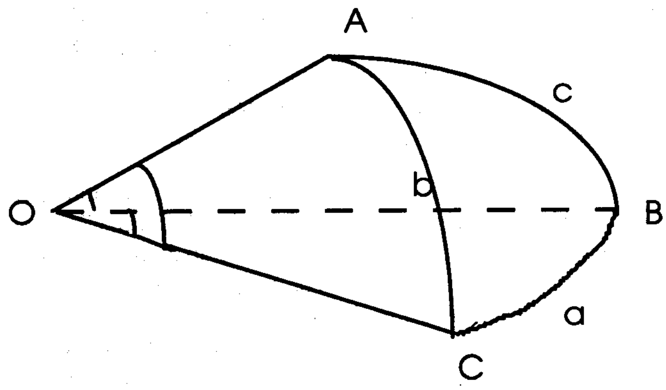
Além de ter escrito o primeiro livro-texto de astronomia, Manuel Guimarães escreveu, também, depois do surgimento da imprensa no Brasil, o primeiro opúsculo, em 1812, sobre um tema de matemática, ainda no Brasil-Colonia[2]. O texto foi escrito para uso dos alunos da Academia Militar, recentemente fundada. É visível a influência de Legendre no estilo de Guimarães.

Neste artigo, o autor introduz a idéia de diferencial nos triângulos esféricos. Utiliza algumas relações trigonométricas esféricas já conhecidas, extraídas da obra de Legendre (Trigonometria) e, considerando alguns ângulos e ou lados como variáveis e outros como constantes, procura determinar as diferenciais da medida dos ângulos e lados do triângulo, interpretando essas diferenciais como incrementos ou decrementos das medidas desses ângulos e lados. Quando se fala em medida dos lados, é bom lembrar, conforme Legendre salienta, na introdução seu tratado de Trigonometria, que quando se trata de triângulos esféricos, não se considera a grandeza absoluta dos lados, mas somente o número de graus que eles contêm. Após a determinação destas fórmulas, que relacionam as diferenciais com funções dos ângulos e lados do triângulo esférico, o autor mostra algumas aplicações destes resultados na Astronomia.

Guimarães toma como ponto de partida um triângulo esférico cujos vértices são A, B e C, e lados respectivos **a**, **b** e **c**, onde **a** corresponde ao arco BC, **b** ao arco AC e **c** ao arco AB. O ponto O é o centro da esfera.

---

2 Segundo Oliveira de Castro "Os folhetos denominados de "Variação dos triangulos esphericos" para uso da Academia Real Militar, Rio de Janeiro, na Imprensa Régia, 1812, por Manuel Ferreira de Araújo (12 páginas) e a "Memoria de Trigonometria", Rio de Janeiro, 1823, na Tipografia Nacional, por João dos Santos Barreto (19 páginas), são cronologicamente, os primeiros e, ao mesmo tempo, os mais interessantes dos que foram escritos no país antes da independencia". (Castro, *A Matemática no Brasil*, 1992, p. 31). Castro não cita o trabalho de Saturnino, mas efetivamente, este tem prioridade ao trabalho de Barreto que surgiu dez anos depois.



Utilizando relações trigonométricas em triângulos esféricos, o autor supõe alguns ângulos constantes e divide o problema em casos particulares.

No primeiro caso, supõe **A** e **a** constantes, deduzindo a partir daí as razões das diferenciais, que em, em notação moderna, $\frac{dB}{db}, \frac{dC}{dc}, \frac{dc}{db}$ escreve-se: e ainda $\frac{dC}{dB} \cdot \frac{dC}{db}$.

As diferenciais são expressas em termos das funções trigonométricas, como por exemplo:

$$\frac{dA}{da} = \frac{\cos ec B}{\operatorname{sen} c}.$$

O autor, conhecedor do livro de Legendre, utiliza freqüentemente as relações trigonométricas já demonstradas por Legendre. Todavia, para as diferenciais que ele introduz, são feitas todas as deduções, passo a passo, com a notação da época.

Para o segundo caso, supõe **A** e **c** constantes e deduz, entre outras, as relações diferenciais seguintes: $\frac{db}{dB}$ e $\frac{da}{dB}$.

Para o terceiro caso, **b** e **c** são supostas constantes e as diferenciais abaixo são calculadas: $\frac{dA}{da}, \frac{dA}{dB}, \frac{dC}{dB}, \frac{da}{dB}$.

O significado dessas diferenciais é mostrado pelas aplicações à Astronomia. Por exemplo, no terceiro caso, ele supõe **A** como o pólo, **B** como o Zênit e **C** o lugar do sol. Então, **dA** significaria a variação do ângulo horário e **da** a variação em altura. Quando o autor altera os vértices do triângulo, por exemplo, se B é o pólo, A é o Zênit e C é o lugar do sol, ele encontra a fórmula para a correção do meio dia. Além dessas, ele apresenta outras aplicações e cita autores como Lallande e Vince para maiores esclarecimentos.

Guimarães cita também Bézout, Cagnoli e Legendre. Todavia, faz uma crítica a abordagem destes autores que, em sua opinião para seguir um caminho mais simples, consideraram as variações dos lados e ângulos dos triângulos esféricos como **infinitamente pequenos**, de tal maneira, que os triângulos tornariam-se retilíneos, bastando para tanto o uso da trigonometria plana. Guimarães foi, provavelmente, fortemente influenciado por Lacroix, autor de quem ele também traduziu obras, conforme já citado. Esta influência pode ser observada na sua refutação aos infinitésimos, da mesma forma que Lacroix, e na linguagem de coeficientes diferenciais para as derivadas (Vide *Cálculo Diferencial* de Lacroix).

O nosso autor acrescenta algumas observações interessantes sobre o ensino da Trigonometria esférica, afirmando que, regras não são suficientes para tratar os problemas da Astronomia, é necessário que o estudante utilize sua sagacidade para conseguir alcançar seus objetivos.

Atualmente, não se aborda, em cursos de graduação em matemática, a trigonometria esférica. Mas, na época, o assunto era de muita atualidade e necessidade uma vez que a disciplina de Astronomia fazia parte obrigatória do currículo do curso matemático das academias militares. A disciplina de astronomia, nos cursos de formação de engenheiros e militares foi obrigatória durante todo o século XIX.

A seguir reproduzo o referido artigo, em sua íntegra, principalmente por considerar que o mesmo tenha um valor histórico.

Variação dos Triangulos Esphericos - para a utilização dos estudantes da Academia Militar (1812).

"Supponha-se hum triangulo espherico, em cujos vertices estejão as letras A,B,C, e cujos lados oppostos sejão representados por a,b,c. Considerando os incrementos, ou decrementos, dos angulos, ou dos lados do mesmo triangulo, como differenciaes, ou noções dos mesmos angulos, ou lados, acharemos variações a esses augmentos, ou diminuições. Para isso não devem ser consideraveis essas variações, limitando-se a poucos minutos (não excedão a 5); pois aliás não poderião sem erro sensivel sujeitar-se ao calculo differencial, e ainda muito menos ter lugar a hypothese de considerar como rectilineos os triangulos, que eles formão á maneira de Bezout, Lallande, Cagnoli, e outros.

1° Caso

Isto posto, supponhamos (I°) constantes o angulo A, e o lado opposto a; pede-se 1° a razão das variações de B, e b; 2° de C e c; 3° de b e c; 4° de B e c.

Como temos (Trig. Le Gend. § 75) sen A sen b = sen B sen a : differenciando vem

- senAcosb db = - sen a cos B dB[3]; donde

$$\frac{\delta dB}{\delta b}=\frac{\operatorname{sen} A\cos b}{\operatorname{sen} a\cos B}=\frac{\operatorname{sen} B\cos b}{\cos B\operatorname{sen} b}=\frac{\tan gB}{\tan gB}$$

(porque $\frac{\operatorname{sen}\ A}{\operatorname{sen}\ a}=\frac{\operatorname{sen}\ B}{\operatorname{sen}\ b}$).

Logo

1° dB : db :: tang B : tang b.

Provar-se-ia do mesmo modo

3 Aqui há provavelmente um erro. Considerando b variável, e A constante a derivada no primeiro membro tem o sinal -. O mesmo erro ocorre no segundo membro.

2° dC : dc :: tang C : tang c.

Para acharmos db : dc, tomemos a formula

cos A sen b sen c = R^2 cos a - R cos b cos c (§76);

differenciando, vem

cos A (sen b cos c dc + sen c cos b db) = R cos b sen c dc + R cos c sen b db,

ou

(cos A sen b cos c - R cos b sen c) dc = (R cos c sen b - sen c cos b cos A) db

ou

(cos A sen b cos c - R cos b sen c) dc = -db(sen c cos b cos A - R cos c sen b);

donde

$$(\cos A - \frac{R \tan gc}{\tan gb})\, dc = -\, db\, (\cos A \frac{\tan gc}{\tan gb} - R),$$

ou

(cos A tang b - R tang c) dc = - db (cos A tang c - R tang b),

e finalmente

$$3° \text{-}dc : db = \frac{\cos\ A \tan gb - T \tan gc}{\cos A \tan gc - R \tan gb} 3.$$

Para dB : dC, tomemos a formula

$$\cos a = \frac{R^2 \cos A + R \cos B \cos C}{\text{sen } B \text{ sen } C}$$

E por hum processo analogo teremos

$$4° - \frac{\delta C}{\delta B} = \frac{R \tan gB + \cos a \tan gC}{R \tan gC + \cos a \tan gB}$$

N. B. Os signaes - indicão diminuição no angulo, ou lado, de que se trata.

Sch. As expressões 3ª e 4ª são menos simplices do que as que se achão nos authores citados acima, mas tem a vantagem de não conterem outros elementos além dos comprehendidos em cada hum dos casos, o que me parece dar-lhes hum gráo de elegancia superior ao das outras. Se se pretendesse a expressão da razão as variações em funções de outros elementos do triângulo, a combinação das formulas de Le Gendre seria sufficiente.

2° Caso

Sejão A e c constantes, pede-se 1° db : dB; 2° da : dB; 3° da : db; 4° db : dC; 5° dB : dC.

cot B sen A = cot b sen c - cos A cos c (Tr. 80)

$$\frac{\text{sen } A}{\text{sen}^2 a\delta B}\,\delta B = \frac{\text{sen } c}{\text{sen}^2 b}\,\text{sen } c\delta b = \frac{\text{sen}^2 A}{\text{sen}^2 a}\,\text{sen } c\delta b \text{ ; donde}$$

$$\text{sen}^2 a\delta B = \text{sen } A \text{ sen } c\delta b = \text{sen } A \frac{\text{sen } C \text{ sen } a}{\text{sen } A}\,\delta b$$

ou sen a dB = sen C db;

$$1^\circ \quad \frac{dB}{\delta b}\ \frac{\text{sen } C}{\text{sen } a}$$

Temos também pelo mesmo princípio, permutando as letras

cot A sen B + cos B cos c = cot a sen c;

differenciando

$$(\text{cot A cos B - cos c sen B) dB} = -\frac{R^2 \text{ sen } c}{\text{sen}^2 a}\,\delta a \text{, ou}$$

sen^2 a dB (R cot A - cos c tang B) = - Rsen c sec B da,

$$2^\circ \quad -\frac{\delta B}{\delta a} = \frac{\text{sen}^2 a\left(R \cot A - \cos c \tan gB\right)}{R \text{ sen } c \text{ sen } B}$$

O principio (Trig. § 76)

cos A senb sen c = R^2 cos a - R cos b cos c,

differenciando, dá

$$3^\circ\ \frac{\delta a}{\delta b}=\frac{\operatorname{sen} b\cos c}{R^2\operatorname{sen} a}\left(R-\frac{\cos A\tan gc}{\tan gb}\right).$$

Na Trig. (§. LXXX) temos

cot C sen A + cos A cos b = sen b cot c.

differenciando, vem

$$4^\circ\ \frac{\delta C}{\delta b}=\frac{\operatorname{sen}^2 C(\cos A\operatorname{sen} b+\cot c\cos b)}{R^2\operatorname{sen} A}$$

$$\cos c=\frac{R^2\cos C+R\cos B\cos A}{\operatorname{sen} A\operatorname{sen} B}\ \text{(LXXXI.), ou}$$

sen A sen B cos c = R^2 cos C + R cos A cos B;

que sendo differenciada, dá

$$5^\circ -\frac{\delta C}{\delta B}=\frac{R\cos c+\cot A\tan gB}{R^2\operatorname{sen} C}$$

3° Caso.

Suppoem-se b e c constantes; pede-se 1° dA : da :: 2° dA:dB; 3° dC: dB ;4° da:dB.

Temos

sen b sen c cos A = R^2 cos a - cos b cos c (LXXVI);

donde

-sen b sen c sen A dA = - R^2 sen a da,

$$\text{e}\ \frac{\delta A}{\delta a}=R^2\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} b\operatorname{sen} c\operatorname{sen} A},$$

e pondo em lugar de sen a seu valor $\dfrac{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} C}$

$$1^\circ \; \frac{\delta A}{\delta a} = \frac{R^2}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} C} = \frac{\cos ecC}{\operatorname{sen} b} = \frac{\cos ecB}{\operatorname{sen} c}.$$

Tambem he

cot B sen A = cot b sen c - cos A cos c (LXXX);

e daqui se deduz

$$-\frac{\delta B}{\delta a} = \frac{\cos c \operatorname{sen}^2 B - \cos B \operatorname{sen} B \tan gA}{R^2},$$

$$\text{ou } 2^\circ - \frac{\delta B}{\delta a} = \frac{\cos c \operatorname{sen} B - \cos B \cot A}{\cos ecB}.$$

A formula LXXV.

sen b sen C = sen c sen B

$$\text{dá } 3^\circ \; \frac{\delta C}{\delta B} = \frac{\tan gC}{\tan gB}.$$

O n° seguinte dá

cos B sen a sen c = R^2 cos b - R cos a cos c,

donde se tira

$$4^\circ \; \frac{-\delta B}{\delta a} = \frac{T \cot c - \cot a \cos B}{R \operatorname{sen} B}.$$

4° Caso

B e C são constantes; pede-se 1°.da : dA ; 2°.da : db ; 3°.db : dc ; 4°.dA : db.

sen B sen C cos a = R^2 cos A + cos B cos C (LXXX);

differenciando, e pondo em lugar de sen a, $\dfrac{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B}$, vem

$$1^\circ \ \frac{\delta a}{\delta A} = \frac{R^2}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} C} = \frac{\cos ecb}{\operatorname{sen} C}.$$

Tambem

cot B sen C = cot b sen a - cos C cos a,

dá

cosec b db = (cot b cot a + cos C sen b) da

donde

$$2^\circ \ \frac{\delta b}{\delta a} = \frac{\cot b \cot a + \cos C \operatorname{sen} b}{\cos ecb}$$

Igualmente

sen b sen C = sen B sen c

dá

$$3^\circ \ \frac{\delta b}{\delta c} = \frac{\cot c}{\cot b} = \frac{\tan gb}{\tan gc}.$$

sen A sen C cos b = R2 cos B + R cos A cos C

dá finalmente

$$4^\circ \ \frac{\delta b}{\delta A} = \frac{\cos b \cot A - R \cot C}{R \operatorname{sen} b}.$$

Applicações

Estas relações são de muito uso na Astronomia: os exemplos que imos dar, bastão para provar a sua applicação, e guiar-nos em outros casos analogos.

Na analogia 1ª do 3º Caso, se suppossermos que A he o polo, B o zenit, C o lugar do sol, será dA a variação do angulo horario, e o da a variação em altura, e analogia mostra, que varião na razão inversa dos senos destes elementos, sendo as mais cousas constantes: ou a razão da cosec do azimut para o coseno da latitude.

Similhantemente dB representa a variação do azimuth, a qual fica sendo conhecida, quando se conhece dA. Se a for = 90., e da = diametro do Sol, dA, reduzido a tempo dá aquelle que o sol gasta em subir ao horisonte. Se da = 33', refracção horisontal media,

$$\delta A = 33' x \frac{\cos ecB}{\operatorname{sen} c} = 33' x \frac{R^2}{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} c} = 33' x \frac{R^3}{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

(porque $\operatorname{sen} B = \dfrac{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} a} = 33' \dfrac{R^3}{\operatorname{sen}.ang.hor.\,x\ \cos.\,declx\cos lat.}$). E para reduzir este angulo a tempo (t') a razão de 15° por hora, ou 1° por 4' de tempo, temos

$$60' : \delta A :: 4' t' = 33' x \frac{R^3}{15' x \operatorname{sen}.ang.hor.\,x\ \cos.declx\cos lat.},$$ tempo que a refracção accelera o nascer do sol. Se em vez de da substituirmos o diametro do sol, teremos o tempo do nascer. Por tanto, em geral, he necessario reduzir as relações, que havemos dado, substituindo em lugar de algumas quantidades, ou de todas, outras que lhes sejão iguaes, para lhes dar huma forma mais commoda para o calculo. A natureza da reducção depende da fórma que se quer dar á razão (Vince's Spherical Trigonometry, Cambridge 1805).

A ultima equação do 3° caso, se reduz, suppondo R= 1, á seguinte

$$-\delta B = \delta a \left(\frac{\cot c}{\operatorname{sen} B} - \frac{\cot\ a}{\tan\ gB} \right)$$

Represente B o pólo do mundo, A o zenit, C o lugar do sol, e esta expressão dará a correcção do meio dia, concluindo

por alturas meridianas $= car.decl. \left(\dfrac{\tan g.lat.}{\operatorname{sen}.ang.hor.} \pm \dfrac{\tan g.decl.}{\tan g.an\,g.hor.} \right)$, dando o signal ± segundo a declinação for crescendo ou decrescendo. Para convertermos em tempo, deveriamos dividir por 15, e porque havemos de tomar só metade da variação do angulo horario, dividiremos por 30', e teremos

Corrrecção $= \dfrac{\text{var.}\ decl.}{30'} . \left(\dfrac{\tan g.lat.}{\operatorname{sen}.ang.hor.} \pm \dfrac{\tan g.decl.}{\tan g.an\,g.hor.} \right)$, que he a mesma de Lallande.

Outras muitas applicações se podem fazer, ou decompondo a correcção em duas partes, como no exemplo precedente, ou transformando as expressões com o socorro de hum angulo subsidiario, como faz Legendre em muitos lugares da sua Trigonometria. Sobre este objecto são inuteis as regras, e a sagacidade do Discipulo lhe fornecerá sempre muitos meios de encher o seu fim.

Sch. Nestas analogias empregamos algumas vezes as secantes e cosecantes; o que não deve embaraçar no uso das taboas; pois sendo cos. : R ::, sec., e sen. : R :: : cosec c,

vem log.sec = 2 Log. R - log. cos. = 20 - log.cosen; e log. cosec = 20 -log. sen.

Este caminho não he o que seguem os AA. ordinariamente. Elles se reduzem a considerar as variações dos lados, ou angulos, dos triangulos esfericos como infinitamente pequenos, e por tanto formando triangulos rectilineos, aos quaes applicão a Trigonometria Plana. Não me pareceu este methodo nem mais elegante, nem mais expedito do que a applicação immediata do calculo differencial, e as applicações que acima fiz, e outras persuadem de que não errei a verdadeira estrada. Os que não gostarem deste partido, acharão quanto os satisfaça nas obras que citei ao principio deste pequeno escrito."

Guimarães apoiou-se fortemente na obra de Legendre, *Tratado de Trigonometria,* seguindo seu estilo. Na obra de Legendre há uma particularidade - ele utilizou uma nova divisão da circunferência, ou seja, o quadrante foi dividido em 100 partes em lugar de 90. Legendre assim se justificou: "Daqui em diante empregaremos só a nova divisão ou a divisão decimal da circunferência. Ela é a que convêm melhor a natureza da nossa arithmética, e a mais própria para abreviar cálculos"(Legendre, 1809). Além disso, o raio trigonométrico não é tomado unitário, como nos livros-texto atuais. Segundo Grattan-Guinness, a adoção da divisão decimal da circunferência surgiu, na França, na época da restauração, quando o sistema métrico decimal foi implantado.

Após a apresentação da trigonometria retilínea, seguiu-se a esférica. O autor, inicialmente, deduziu todos os resultados para os triângulos retângulos e após para triângulos esféricos em geral. As aplicações são apresentadas no final do texto. Por exemplo: se três pontos O, M e N estão situados num plano inclinado ao horizonte, baixando as perpendiculares OD, Mm e Nn sobre o plano horizontal , os pontos serão representados por suas projeções, trata-se de achar o ângulo de projeção. Este é um problema útil na arte de levantar planos, quando o terreno em que se trabalha apresenta desníveis sensíveis. Outra aplicação sugerida: conhecendo as latitudes de dois pontos no globo e a sua diferença em longitude, determinar a sua distância mais curta. Estes problemas são apresentados por Legendre como aplicações dos resultados extremamente teóricos sobre a trigonometria esférica. Ele demonstrou todas as fórmulas que apresentou, utilizando uma linguagem muita precisa e comum da época.

Tomando Legendre como modelo, Guimarães deduziu as fórmulas para as derivadas nos triângulos esféricos. Partindo das fórmulas já demonstradas por Legendre como, por exemplo, se a, b e c são os lados opostos aos ângulos A, B e C, teremos

$$\frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} a}=\frac{\operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} b}=\frac{\operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} c},$$

ele apresentou as fórmulas das diferenciais para os ângulos e "lados" do triângulo esférico. Utilizou para a diferencial o símbolo grego d, em lugar do símbolo , já empregado por Leibniz. Seguindo o estilo de Legendre, mostrou como aplicar esses resultados à Astronomia. A Astronomia continua, ainda nos dias de hoje, a utilizar os resultados da trigonometria esférica nas suas tarefas específicas. O texto de Guimarães, escrito realmente para servir de material didático para os alunos da Academia, deve ter sido útil ao ensino, uma vez que a disciplina de Astronomia ocupava um lugar de destaque no currículo do curso matemático.

As iniciativas de Manuel Guimarães no sentido de divulgar a produção brasileira e também a ciência européia, ambas atividades que desenvolveu com sucesso, evidenciam uma liderança marcante no meio intelectual brasileiro da época, que muito distanciado ainda dos centros europeus e sob uma política de afastamento do estrangeiro não apresentava condições favoráveis para que se desenvolvesse um espírito de pesquisa autônoma. A personalidade de Guimarães é bastante curiosa, ele parecia não perceber contradições em atuar numa comissão de censura da única editora que o Brasil possuia, no início do século, e ao mesmo tempo sugerir e criar um periódico de cunho político, cultural, literário e científico, onde as pessoas poderiam dar livre expressão as suas idéias. A análise de seu prospecto deixa entrever um intelectual com espírito nacionalista e possuidor de um instinto inovador e criativo. Por todas as atividades que realizou, Guimarães é um nome de destaque na vida intelectual brasileira nas primeiras décadas do século passado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRANDÃO, M. A Universidade de Coimbra. Esboço da sua história. Coimbra: 1937.

CASTRO, F. A Matemática no Brasil. Campinas: Editora da Unicamp, 1992.

GRATTAN-GUINNESS, I. Convolutions in french mathematics, 1800-1840: from the calculus and mechanics to mathematical analysis and mathematical physics. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1990.

GUIMARÃES, M. ET ALL. Documento manuscrito 1824. Códice IG. Arquivo Nacional do Rio de Janeiro.

__________. Variação dos triangulos esphericos. Rio de Janeiro: Impressão Régia, 1812. (o documento faz parte do acervo de Obras Raras da Biblioteca Nacional).

__________. Nota sobre o ensino na Academia Real Militar. O Patriota, abr. 1813.(Acervo de Obras raras da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro)

__________. Prospecto. Rio de Janeiro: Impressão Régia, 1812. (Acervo de Obras raras da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro)

LACROIX, S. Tratado elementar de cálculo diferencial e integral. Trad. Francisco Cordeiro da Silva Torres. Rio de Janeiro: Impressão Régia, 1812.

LEGENDRE, A.M. Tratado de trigonometria. Trad. Manuel Ferreira Guimarães. Rio de Janeiro: Impressão Regia, 1809.

MARTINS, W. História da Inteligência Brasileira. São Paulo: Cultrix, 1977-78. v. 2.

SILVA, C. M. Marco do ensino superior da Matemática no Brasil. Temas & Debates, n.5, ano VII, 1994.

SILVA, F. C. Dicionário bibliográfico português.. Lisboa: Imprensa Nacional, 1859. Tomo 2.

Artigo recebido em janeiro de 1996

CIRCE MARY SILVA DA SILVA é Doutora em Educação Matemática pela Universidade de Bielefeld, Alemanha

Endereço: Rua Helio Marconi, 170 ap. 702

Vitória - ES - 29.050-690 - Brasil