

# THEODORO A. RAMOS: SUA CORRESPONDÊNCIA PARA LÉLIO GAMA

CLÓVIS PEREIRA DA SILVA

*RESUMO - Fazemos um estudo histórico de parte da correspondência científica de Theodoro A. Ramos (1895-1936) para Lélío Gama (1892-1981). Para tal, usamos as cartas contidas no arquivo Lélío Gama, mantido no MAST/CNPq, material que o grande público interessado em história da Matemática no Brasil não tem conhecimento. Theodoro Ramos e Lélío Gama foram dois matemáticos brasileiros que muito contribuíram para a formação da cultura matemática no país. Aquele a partir da cidade de São Paulo e este trabalhando na cidade do Rio de Janeiro.*

*ABSTRACT - In this paper we have reconstructed the history of a part of the correspondence from Theodoro A. Ramos (1895-1936) to Lélío Gama (1892-1981), two Brazilian mathematicians. For this purpose we have made use of unpublished letters from the Lélío Gama archives, conserved in the MAST/CNPq. The history of the correspondence above clarifies some developments in the teaching of mathematics in Brazilian institutions located in Rio de Janeiro-São Paulo regions, toward the first half of the 20th century before 1934. The personalities of these two scientists helped create a permanent positive effect on a whole generation of Brazilian mathematicians.*

## INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é fazer uma reconstrução histórica de uma parte da correspondência escrita por Theodoro A. Ramos (1895-1936) e endereçada a Lélío Gama (1892-1981). Julgamos importante tal estudo porque estas cartas nos informam certas particularidades dos interesses científicos de ambos, bem como sinalizam a existência de dois brasileiros dotados de consciência científica, fato raro entre os homens que se dedicavam ao ensino universitário no país na primeira metade do século XX e antes de 1934, data da chegada ao Brasil dos primeiros matemáticos estrangeiros que vieram trabalhar em instituições de ensino. Porque julgamos também importante a preservação e divulgação da memória científica brasileira.

No desenrolar do trabalho fazemos breves referências à criação da USP e sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras para que o leitor possa visualizar melhor a contribuição dada por Theodoro Ramos para o desenvolvimento do ensino e pesquisa da Matemática em nosso país.

## THEODORO RAMOS. SUA FORMAÇÃO ACADÊMICA. SUA ATUAÇÃO NO MEIO UNIVERSITÁRIO

Theodoro A. Ramos graduou-se, em 1917, em engenharia civil pela então Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Foi colega de Lélío Gama e, ambos, discípulos de M. Amoroso Costa (1885-1928). À época, havia

Revista da SBHC, n. 17, p. 11-20, 1997

também naquela instituição de ensino, a concessão do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas<sup>1</sup>. Em 25/6/1918, Theodoro Ramos obtivera o grau acima citado, ao defender aos 23 anos de idade, sua tese intitulada "Sobre as Funções de Variáveis Reais". Ao conseguir, naquele mesmo ano, uma posição acadêmica na Escola Politécnica de São Paulo, fixou residência na cidade de São Paulo. Naquela instituição além de lecionar a disciplina Mecânica Racional, foi Professor Catedrático da cadeira Vetores, Geometria Analítica, Geometria Projetiva e Aplicação à Nomografia. Posteriormente, foi nomeado vice-diretor da instituição, cargo que não assumiu por desistir da nomeação. Membro da Academia Brasileira de Ciências, tomou posse em 29/11/1918 e onde, a convite de seu presidente, fez uma conferência, em 1929, sobre Joaquim Gomes de Souza (1829-1864), o primeiro matemático brasileiro, em importância (ver Ramos, T. A., 1929). Theodoro Ramos publicara trabalhos em Análise, Geometria, Física Matemática, dentre outras áreas e auxiliou a comissão organizadora, presidida por Julio de Mesquita Filho, para fundar a Universidade de São Paulo<sup>2</sup>, criada pelo então governador de São Paulo, Armando de Salles Oliveira (1887-1945).

A respeito da decisão de criar-se uma universidade pública no Estado de São Paulo, assim indica Elza Nadai.

"[...] E para a burguesia paulista, vencida pelas armas, restava o consolo de um dia voltar a dominar o poder e para isso urgia que preparasse seus quadros, sua "elite intelectual" convenientemente, pois, pela cátedra, pela imprensa e pelo livro, ela exerceria a "sagrada missão" de conduzir a sociedade brasileira para o progresso, para a felicidade e para a liberdade, o sagrado tripé do discurso liberal [...]" [ E. Nadai, in "Ideologia do Progresso e Ensino Superior". São Paulo, Ed. Loyola, 1987, p. 247-248].

Segundo Paulo Duarte, um dos três membros da comissão organizadora da USP, dentre os poucos brasileiros a serem convidados para compor o corpo docente da FFCL da USP, Julio de Mesquita Filho convidou, na Escola Politécnica, Theodoro Ramos que não aceitou o honroso convite, disse que: *Não estava preparado para ser professor em uma universidade*. Paulo Duarte ainda disse: *Eram dois homens<sup>3</sup> com consciência científica* [ ver Franken, T. e Guedes, R., 1984].

Após Julio de Mesquita Filho ter decidido quais as cátedras da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras que deveriam ser assumidas por mestres estrangeiros, o governador paulista comissiona Theodoro Ramos para ir ao velho continente contratar professores, no que foi auxiliado, na indicação de nomes, pelos Professores Georges Dumas, Paul Rivet e Pierre Janet. Dessa forma, a partir de 1934 vieram para a FFCL da Universidade de São Paulo figuras de grande expressão no meio acadêmico europeu, a saber, Ernest Breslau, Heinrich Rheinboldt, Felix Rawitscher, Emile Coornaert, Roberto Garric, Ettiene Borne, Fernand Braudel, Paul Arbousse-Bastide, Claude Lévy-Strauss, Luigi Fantappiè, Ettore Onorato, Gleb Whatagin, dentre outros.

Como sabemos, a criação da USP fora fruto, dentre outras coisas, da derrota político-militar sofrida pelo Estado de São Paulo frente ao Governo Central na década de 1930, após a eclosão da Revolução Constitucionalista de 1932, quando São Paulo se insurgiu contra o Governo Federal e foi submetido ao cerco militar. Este fato transparece no discurso proferido em 1937, por Julio de Mesquita Filho, ao paraninfar a primeira turma de licenciados (graduados legalmente habilitados à obtenção do registro de professor, concedido pelo Ministério da Educação) da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras. Assim ele se expressa:

"[...] Ao sairmos da Revolução de 32 tínhamos a impressão perfeitamente nítida de que o destino acabava de colocar São Paulo em posição idêntica àquela em que se achava, após Iena, a Alemanha, o Japão, no dia seguinte ao do bombardeamento de seus portos pela

1 Para detalhes a este respeito sugerimos a leitura de Pereira da Silva, 1992 e 1997.

2 Decreto do governo estadual nº 6283, de 25/1/1934, que criou a USP.

3 Referira-se a Theodoro Ramos e André Dreyfus. Este foi convidado por Paulo Duarte, mas a exemplo de Theodoro Ramos, não aceita o convite alegando que não estava atualizado com o desenvolvimento da Biologia. Dois anos depois, após se atualizar, fez concurso público, em Genética, na FFCL).

esquadra norte-americana e a França, depois de Sedan. E se atribuíamos a série infinita de gravíssimos erros praticados pela ditadura dentro das fronteiras de nosso Estado à mentalidade primária de seus prepostos, não nos parecia menos evidente que só uma reforma radical do aparelhamento escolar do País e a instauração de uma vigorosa política educacional poderiam evitar a catástrofe final que os movimentos de 1922, de 24, de 30 e 32 nada mais faziam do que prenunciar. Para os males que nos acabrunhavam, a história apontava o remédio. Daí a fundação da nossa Universidade e conseqüentemente a criação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras [...] [J. de Mesquita Filho, in "Uma lição de bravura, dignidade e abnegação. A luta pela Universidade". O Estado de São Paulo, 12/7/1979, p. 15].

A Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, fundada em 12/1/1934, fora concebida por Julio de Mesquita Filho, Paulo Duarte e Fernando de Azevedo, como um grande centro de pesquisa científica básica continuada, associada ao ensino, atuando em algumas áreas do conhecimento, dentre as quais destacamos: ciências exatas, ciências biológicas e ciências humanas, centro este destinado a integrar a USP e a atuar como um catalisador das demais unidades da universidade.

Theodoro Ramos, um autodidata, fora um dos brilhantes matemáticos brasileiros e o mais produtivo de sua geração. Aliás, ele sempre esteve atualizado com as áreas das matemáticas de seu interesse<sup>4</sup>. Constatamos este fato não apenas nas cartas a seguir reproduzidas, mas também ao lermos sua tese de doutoramento e seus artigos publicados (os quais nos revelam uma profunda cultura, bem como uma disciplinada linha de pensamento), nos quais encontramos referências a obras de matemáticos os mais diversos, como por exemplo, A. L. Cauchy, H. L. Lebesgue, A. Denjoy, R. Baire, E. Borel, J. Tannery, P. A. A. Montel, D. Hilbert, G. Vitali, G. Fubini, J. A. Serret, J. F. Frénet, C. J. G. N. de la Vallé Poussin, J. Liouville, C. Jordan, R. M. Fréchet, G. Darboux, dentre outros.

Theodoro Ramos fazia parte do grupo de brasileiros ligados à ciência que combateu a influência da ideologia positivista de A. Comte (1798-1857) sobre a elite intelectual brasileira<sup>5</sup>. Daquele grupo fizeram parte: M. Amoroso Costa, Lélío Gama, Felipe dos Santos Reis, Roberto Marinho de Azevedo, dentre outros. Theodoro Ramos também se interessou pelo desenvolvimento da Física Teórica. Sobre este tema fez várias conferências na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Eis o que escreveu a este respeito o Dr. Luis Freire:

<sup>4</sup> Quando de sua viagem à Europa em 1934, Theodoro Ramos esteve em Paris com o matemático francês Arnaud Denjoy (1884 - 1974 ), então professor de Análise na Faculdade de Ciências de Paris, com o qual conversou, várias vezes, sobre um trabalho que estava desenvolvendo sobre a teoria da integração. Theodoro Ramos havia publicado, em 1933, um artigo, in Annaes da Acad. Bras. de Sciencias, *Sobre a Representação Aproximada de uma Integral Hyperelliptica*. Em verdade, naquele trabalho, ele examina a proposição: A integral hyperelliptica

$$I = \int_0^1 \frac{(3u^2 - 1)du}{\sqrt{[1 - y + yt(1 + u^2)]^{-3} (1 - tu^2)(1 - u^2)}}, \text{ onde } 0 < t < 1; g > 0, \text{ é positiva. Como é sabido, Denjoy}$$

dera importantes contribuições à teoria da integração. Cf. R. A. Gordon, in *The Integrals of Lebesgue, Denjoy, Perron and Henstock*, A.M.S., 1994. Denjoy lhe sugerira que considerando apenas a hipótese:  $0 < g < 1$ , poder-se-ia reduzir I

à demonstração  $\int_0^1 \frac{(3u^2 - 1)du}{\sqrt{(1 + u^2)^3 (1 - u^2)}} > 0$ . Durante sua viagem de regresso ao Brasil, ainda em Lisboa, Theodoro

Ramos obtivera a demonstração do resultado que esperava e a enviara a Denjoy. Por sua vez, Denjoy escreveu a Theodoro Ramos, em 7 de Maio de 1934, elogiando seu resultado, bem como a simplicidade do método utilizado.

<sup>5</sup> O ciclo de ruptura da influência comtiana sobre a elite intelectual brasileira fora iniciado em 1898 por Otto de Alencar Silva (1874-1912), um pioneiro da pesquisa matemática séria no Brasil. M. Amoroso Costa fora discípulo de Otto de Alencar.

“[...] As suas conferências a respeito, realizadas na Escola Politécnica do Rio, são, o que até hoje, no Brasil, se disse de mais sério em taes assumptos [...]” [ Luis Freire, in “A Obra Mathematica de Theodoro Ramos”. *Jornal do Commercio*, Rio de Janeiro, 5/7/1936].

O ensino das Matemáticas superiores no Brasil da época de Theodoro Ramos como aluno (realizado exclusivamente nas escolas de engenharias, pois nas escolas militares houvera, durante muito tempo, o ensino superior de uma parte das Matemáticas elementares), pautava-se pela ausência do conteúdo conceitual das teorias abordadas: por exemplo, no ensino do Cálculo Diferencial e Integral notamos a ausência da noção e da definição de limite de uma função em um ponto, com o rigor introduzido por Cauchy na década de 1820, isto é, com o uso dos  $\epsilon$  e  $\delta$ , um dos conceitos basilares para o estudo sério daquele ramo das Matemáticas. Enfim, o ensino das Matemáticas da época estava reduzido ao formalismo operatório. Quanto mais complicada a expressão algébrica ou trigonométrica resolvida por alguém, tanto maior era a sua estatura como “matemático”. Daí inferirmos que, à época, ser um matemático significava saber calcular expressões algébricas ou trigonométricas, ou ainda, obter funções primitivas, para o caso das derivadas de uma função. Theodoro Ramos ao ministrar disciplinas no curso básico da Escola Politécnica de São Paulo, além de introduzir a parte conceitual da teoria nos tópicos abordados, passara também a esclarecer seus alunos a respeito do nível estacionário em que se encontrava o ensino das matemáticas no País. Fizera-os sentir que, no ensino das matemáticas, estavam sendo omitidos seus importantes conceitos basilares sem os quais a construção do belo edifício não ultrapassaria o primeiro piso. Seu ensino era atualizado se tomarmos como referencial o desenvolvimento das matemáticas de sua época. Outra característica do contexto universitário no Brasil da época de Theodoro Ramos como aluno, foi a ausência de intercâmbio por grande parte dos membros da comunidade científica nacional com membros da comunidade científica internacional.

Aliás, os homens do século XVII ligados às ciências, reconheceram a necessidade, bem como a utilidade, em difundir e permutar com seus pares, os conhecimentos obtidos e as novas descobertas. Assim, por meio da troca de correspondências e através de viagens, eles passaram a trocar impressões, a debater idéias e pontos de vista, mantendo acesa a chama da curiosidade científica. Tal colaboração entre os cientistas generalizara a utilização do método indutivo, dentre outras coisas. Como sabemos, a forma mais fácil e mais eficiente de analisarmos e de aprofundarmos as idéias é por meio do contacto de pessoa a pessoa. Tal hábito, no Brasil, só foi praticado em sua plenitude a partir da década de 1930.

Mesmo não tendo contribuído para o desenvolvimento das matemáticas com a criação de uma nova teoria ou novas técnicas, Theodoro Ramos contribuiu para a formação da cultura matemática em nosso país, além de ter prestado relevantes serviços administrativos à universidade brasileira. Como sabemos, a atividade nas Matemáticas, em especial, a partir dos três últimos séculos, tem sido tarefa de uma numerosa comunidade científica possuidora de estrelas de várias grandezas, a exemplo das galáxias existentes no universo, porém cada uma delas, estrelas, cumprindo sua função provedora de luz estabelecida pelo Grande Arquiteto do Universo.

O interesse e gosto em Theodoro Ramos pelo estudo sério das matemáticas já emergira à época de aluno do curso de engenharia. Seu colega Lélío Gama, assim narra como o conheceu e sua posterior convivência com ele.

“[...] Sentia-me desanimado nas primeiras semanas do curso, quando um dia, no pátio da Escola, ouvi alguém dizer, num grupo próximo: “Este problema só pode ser resolvido com o emprego das funções elípticas”. As palavras causaram-me certo espanto, pois era quase proibido, naquela época, falar em funções elípticas - funções pagãs, não canonizadas. Voltei-me, entre curioso e surpreso. E foi assim que conheci quem veio a se tornar, dali por diante, até seu prematuro desaparecimento, um grande amigo, um companheiro constante

de lutas e de esperanças: Teodoro Ramos. Naquela mesma tarde, descendo juntos a rua do Ouvidor, percebi, desde logo, que ele compartilhava de meu desencanto e de minhas apreensões quanto ao desajustamento existente entre nossas aspirações comuns e os moldes oficiais, vigentes no ensino da matemática. E assim foi que, no curso básico da Escola, tivemos de estudar, durante algum tempo, duas matemáticas: uma para fazer exames, e outra, muito diferente, para uso próprio. Esta duplicidade não passou despercebida de alguns mestres, criando-se assim uma situação delicada. Teodoro, mais ousado, não procurou velar, no exame oral de cálculo, a independência de seu espírito. Resultado: grau nove. Eu, por meu lado, escrevi na pedra, em dado momento, com descuidada sinceridade, que uma certa quantidade era menor do que zero. Menor do que zero? Grau nove [...]

Mas, voltando ao passado. Teodoro Ramos, ao fim do curso, apresenta sua tese de doutorado, sobre funções reais de variável real. Este acontecimento, criou, na Escola, uma atmosfera densa, opaca, cheia de apreensões, de parte a parte. Um jovem estudante desafiava os cânones oficiais com uma tese estranha, um trabalho exótico. Sussurra-se pelos corredores. Professores grupam-se, prognosticando os lances da peleja próxima [...] Vou relatar um episódio desta defesa, ou, melhor, desta acusação.

Teodoro se referira, em seu trabalho, a uma certa propriedade que se verificava no domínio de existência de uma função “salvo talvez”, dizia ele, “nos pontos de um conjunto de medida nula”. Este “salvo talvez” era a cunhagem, em língua portuguesa, da expressão “sauf peut-être” dos autores franceses. Era uma adaptação semelhante ao uso atual do sintético “se e só se”, oriundo do “if and only if” dos matemáticos de língua inglesa. Queria ele afirmar que a propriedade em questão podia deixar de se verificar no campo de existência da função, mas que, neste caso, os pontos excepcionais formariam um conjunto de medida nula. Pois meus senhores, neste ponto da tese, o autor foi censurado com veemência, mais ou menos nos seguintes termos: “O Sr. pretende ser um matemático rigoroso. No entanto, emprega, no seu raciocínio matemático, o advérbio “talvez”, que denota incerteza, imprecisão, ambigüidade”. Como era de esperar, grau nove. Quando abracei Teodoro, pelo resultado, disse-lhe: “Se lhe tivessem dado grau dez eu não o felicitaria com o mesmo entusiasmo”[...]” [Gama, L., 1965, p.25-28].

A banca examinadora da tese de Theodoro Ramos fora constituída pelos seguintes Professores Catedráticos: Licínio Athanásio Cardoso, Francisco Bhering e os Professores Substitutos no exercício de Catedráticos: Augusto de Britto Belford Roxo, Maurício Joppert da Silva.

Após concluírem o curso de engenharia, mesmo residindo em cidades distintas e distantes, Theodoro Ramos e Lélío Gama sempre mantiveram contatos, por meio de correspondência e reuniões pessoais, nos quais tratavam de assuntos científicos e administrativos do interesse de ambos. Frequentemente se reuniam na cidade do Rio de Janeiro. Lamentavelmente não nos foi possível obter todas as cartas escritas por Theodoro Ramos para Lélío Gama (antes e depois de 1933), assim como as cartas escritas por Lélío Gama para Theodoro Ramos. Por este motivo não nos foi possível, por exemplo, acompanhar o desdobramento do interesse de ambos pela generalização do teorema de Guldin, mencionado em uma das cartas de Theodoro Ramos. Da parte de Lélío Gama, não encontramos, no acervo de suas obras publicadas, alguma referência a este respeito.

## A CORRESPONDÊNCIA DE THEODORO RAMOS PARA LÉLIO GAMA

Parte da correspondência científica de Theodoro Ramos para Lélío Gama está conservada no Arquivo Lélío Gama, organizado e mantido pelo MAST/CNPq, Rio de Janeiro. Consiste de três cartas. Elas são particularmente importantes do ponto de vista matemático. Ali são encontradas muitas informações sobre os interesses científicos de ambos. Como sabemos, Lélío Gama, outro homem de consciência científica, muito contribuiu também para a formação da cultura científica brasileira, a partir da cidade do Rio de Janeiro. Ele foi membro do conselho deliberativo do CNPq, primeiro diretor do IMPA, diretor do Observatório Nacional, professor da efêmera Universidade do Distrito Federal, em sua Escola de Ciências, e professor da Universidade do Brasil, depois Universidade Federal do Rio de Janeiro. Transcreveremos a seguir as cartas, em ordem cronológica. Todas elas são manuscritas a caneta.

### Carta nº 1

São Paulo, 26 de Agosto de 1933

Meu caro Lelio.

Estive no Rio, no começo deste mez, para assistir as sessões do Conselho Nacional de Educação. Não o encontrei, e da sua casa disseram-me (pelo telefone) que ainda não tinha voltado de Angra dos Reis. Devido ao accumulo de trabalho, não pude ainda refletir sobre a generalização do theorema de Guldin, objecto de nossa conversa ahi. Encontrei, entretanto, na Geometria Analítico-Proiettiva de Burali Forti a seguinte referência sobre o assumpto e que lhe pode interessar: "Una superficie piana, rigida, che si muove comunque, genera un solido il cui elemento di volume è il prodotto dell'area di gravità  $s$  per la projezione sulla normale a  $s$  spostamento del centro di gravità  $g$  di  $s$ . [ Se  $N$ , funzione del tempo  $t$ , è vettore unitario normale a  $s$  allora  $dV = \delta N \times (dP/dt) \cdot dt \cdot ds$  è l'elemento di volume, essendo  $P$  punto generico di  $s$ .

Si ha pure  $\sigma G = \int_{\sigma} P d\sigma$  e derivando rispetto a  $t$ ,  $\sigma \frac{\delta P}{\delta t} = \int_{\sigma} \left( \frac{\delta P}{\delta t} \right) dt$

è [...] (palavra ilegível)  $dV = s \cdot N \times dG$  perchè  $N$  è independente de  $P$ ). (Il teorema vale anche quando  $s$  conservandosi piana si deforma. Vedi M. Bottasso, "Sopra alcune estensioni del teorema di Guldino", Atti Acc. Torino, 1914)".

Remetto-lhe um exemplar do meu trabalho "Estudos", pedindo-lhe o obséquio de o entregar à Academia Brasileira de Sciencias. Seria possível fazer publicar no próximo número da revista da Academia o prefácio desse meu trabalho, como notícia referente ao mesmo? A revista da Academia, há tempos, publicou uma notícia desse gênero (por sugestão do Amoroso Costa) a propósito de um trabalho meu "Integraes definidas das funcções descontínuas".

Um abraço do collega e amigo de sempre Theodoro Ramos

Rua Augusta 529

São Paulo.

Nesta carta encontramos a informação de que Theodoro Ramos fora membro do então Conselho Nacional de Educação (transformado em Conselho Federal de Educação em 1961 e extinto em 1994. Em

1995 foi criado, por medida provisória, o Conselho Nacional de Educação). Ela também nos informa a respeito do interesse comum de Theodoro Ramos e de Lélío Gama, pela generalização do teorema de Paul Guldin (1577-1643), um judeu convertido que entrara para a ordem dos jesuítas e que fora professor de matemática em vários Colégios na França. Guldin fizera estudos geométricos. Em particular, ele estabeleceu a ligação entre algumas figuras planas e seus centros de gravidade e entre os sólidos ou superfícies que as figuras geram ao girar em torno de um eixo. Transcreveremos abaixo o teorema de Guldin. Em verdade, o teorema em pauta, apesar de ser assim conhecido, é devido ao geômetra grego Pappus de Alexandria (o último grande matemático da escola de Alexandria) que viveu no período 290-370 e, faz parte da *Coleção Matemáticas*, de Pappus (*Collectio arithmetica*), seu principal trabalho e que contém oito livros (somente seis dos quais foram preservados) que nos fornece um precioso registro histórico de boa parte da matemática da antiga Grécia. Ele é o teorema mais geral que envolve o cálculo, que encontramos na matemática da antiguidade<sup>6</sup>.

Conjecturamos que ambos, Theodoro Ramos e Lélío Gama desconheciam, dentre as generalizações do teorema de Guldin, a que fora feita pelo professor francês Koënings e que apareceu in *Journal de Jordan*, tomo V, 1889. Pois esta demonstração não foi mencionada em nenhuma das cartas.

Esta carta também nos sinaliza seu desejo e tenacidade em continuar a produzir e publicar artigos de pesquisa, bem como sobre a qualidade dos livros didáticos utilizados por Theodoro Ramos em suas aulas do curso básico da Escola Politécnica de São Paulo (por exemplo, o livro de Cesare Burali Forti (1861-1931), *Geometria Projetiva*).

### Teorema de Guldin:

“Se uma curva plana fechada (uma região plana) gira em torno de uma reta que não a corta, então volume do sólido gerado é obtido tomando o produto da área gerada pelo comprimento da circunferência descrita pelo centro de gravidade (ou centróide) da área”<sup>7</sup>.

### Carta n° 2

São Paulo, 27 de Setembro de 1933

Meu caro Lelio

Recebi ante-hontem a sua carta. Peço dizer ao Dr. Arthur Moses que aceito e agradeço o oferecimento que me faz de publicar na íntegra o meu trabalho “Aplicação do Cálculo Vectorial etc.” no próximo número dos Annaes da Academia. Para não inutilizar o exemplar dos “Estudos” que ofereci à Academia, envio em separado, juntamente com esta carta, as folhas contendo o alludido trabalho.

A respeito do concurso de Cálculo cujas inscrições terminam em Novembro, deve-se decidir muito brevemente se elle se realizará em Novembro mesmo, ou então depois das férias (Fevereiro ou Março). Escreverei a V. logo que se resolva alguma coisa.

Penso que V. tem razão no que diz sobre a justificação da fórmula dando o volume gerado no tempo  $dt$  pela área  $s$ , quando se estuda a generalização do theorema de Guldin; acredito

<sup>6</sup> Para detalhes sobre a *Coleção Matemáticas* de Pappus, cf., T.L. Heath, in *History of Greek Mathematics*, 2 volumes, Oxford, Clarendon, 1921.

<sup>7</sup> Para uma demonstração analítica deste teorema, sugerimos a obra de E. Callandreau *Célèbres Problèmes Mathématiques*. Éditions Albin Michel, Paris, 1949. Para uma demonstração elementar deste mesmo teorema, na forma de dois teoremas, um para o cálculo da área de uma superfície de revolução e outro para o cálculo do volume de um corpo de revolução, sugerimos F.I.C. *Elementos de Geometria*. F. Briguiet & Cia., Editores, Rio de Janeiro, 1957. Este mesmo teorema fora apresentado como teorema de Pappus, por W. A. Granville, P. F. Smith e W. R. Longley, in *Elementos de Cálculo Diferencial e Integral* (tradução para a língua portuguesa de J. Abdelhay), Ed. Científica, Rio de Janeiro, 1961.

que somente com o emprego de coordenadas curvilíneas se poderá resolver com rigor o problema.

Seria interessante conhecer os detalhes da memória de M. Botasso citada por Burali Forti. Aproveito a oportunidade para perguntar a V. se examinou o problema n° 267 do livro de exercícios de Mecânica Racional de Burgatti e Roghi (problema dos dois balões ligados por um cabo). Estudando esse problema a pedido de alunos verifiquei que (abstracção feita de alguns enganos de cópia nas fórmulas, e da suposição de serem rectilíneos os trechos  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$ ) o raciocínio empregado por Burgatti e Roghi está completamente errado, conduzindo a fórmulas contradictórias. Tenho interesse em confrontar a solução que achei com a que por ventura você tenha encontrado.

Um abraço do collega e amigo de sempre Theodoro.

P.S. Na cópia que envio do meu trabalho "Aplicação do Cálculo Vectorial etc." suprimi na segunda página linha 22, a palavra "evidentemente" que tem dado logar a interpretações pouco correctas do meu pensamento.  $s \cdot \vec{n}$  é nullo em virtude da própria definição do

operador  $s = \frac{d\vec{n}}{dP}$  dada por Burali Forti e outros; pode-se, também, introduzindo a noção de

"derivada segundo uma direção", dizer que  $\frac{d\vec{n}}{dP} \vec{n}$  é nullo, considerando-se no espaço uma família de superfícies paralelas da qual faça parte a superfície dada. Burgatti (Analisi Vett. General t. 2 pg 34) diz: "Essendo manifestamente nula la derivata di  $\vec{n}$  nella direzione  $\vec{n}$ , si ha  $s \cdot \vec{n} = 0$ ".

Rua Augusta 529

São Paulo

Esta carta responde uma outra que ele recebera de Lélío Gama. Nela há assuntos pessoais, como por exemplo, informação a respeito de um concurso a ser realizado para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, na Escola Politécnica de São Paulo e que, conjecturamos, Theodoro Ramos tenha sugerido o nome de Lélío Gama para compor a banca examinadora. Observamos ainda que nesta carta Theodoro Ramos fizera referência a uma sua solução, para um dos problemas do livro *Mecânica Racional*, de Burgatti e Roghi. Solução que era de interesse também de Lélío Gama. Mas que somente na carta seguinte, datada de 8/10/33 é que Theodoro Ramos apresentará a Lélío Gama. Nela há também esta referência a um dos livros didáticos (Burgatti e Roghi) por ele utilizado, na disciplina *Mecânica Racional*, fato que nos sinaliza a qualidade dos livros por ele indicados aos alunos como parte das referências bibliográficas, quer em *Mecânica Racional*, quer em outras disciplinas que ele ministrava na Escola Politécnica de São Paulo.

### Carta n° 3

São Paulo, 8 de Outubro de 1933

Meu caro Lelio.

Recebi a sua carta de 4 do corrente. Remetto, em folha anexa, a solução do problema n° 267 do Burgatti e Roghi, tal qual expuz aos alunos, há cerca de um mez. Conduzi a exposição de modo a salientar o erro de raciocínio de Burgatti e Roghi. As conclusões a que cheguei relativamente ao equilíbrio concordam com as suas; acrescentei, porém, uma observação

(nota II) a respeito de uma condição a ser satisfeita pela flecha da catenária.

O tal [...] (palavra ilegível) de que V. falla, sobre a applicação do cálculo vectorial à Astronomia interessa a mim e ao Dr. Lucio M. Rodrigues professor de Astronomia. Logo que souber de alguém que possa ser portador, avisarei V.

Estou interessado em conversar com V. a respeito da theoria do gyroscope tal como se encontra nos tratados de Mecanica. Ficará para Novembro ou Dezembro próximos, quando estivermos juntos.

Um abraço do amigo de sempre

Theodoro

Esta carta está escrita em duas folhas de papel e contém assuntos pessoais, acadêmicos e científicos. Ela contém comentários de Theodoro Ramos (na forma de três notas) a respeito de sua própria solução do problema mencionado, bem como a respeito da solução do mesmo problema, apresentada pelos autores do livro *Mecânica Racional*. Deixamos de reproduzir a solução do problema acima referido e obtida por Theodoro Ramos, anexa a esta carta. Contudo, com base na solução de Theodoro Ramos, faremos uma sucinta descrição do problema. Trata-se de um cabo flexível de extremidades A e B fixadas na horizontal e formando um segmento retilíneo  $\overline{AB}$ . O cabo está suspenso por dois balões, cheios de um determinado gás, em dois pontos fixos C e D (distintos entre si e distintos de A e B). Entre os pontos C e D forma-se a catenária CD de comprimento dado igual ao segmento  $\overline{AB}$ . A partir dos pontos C e D formam-se os segmentos retilíneos  $\overline{AC} = \overline{BD}$  de comprimento dado. Formam-se ainda dois triângulos retângulos, dos quais destacaremos o triângulo BDH, onde H é a projeção do ponto D sobre o segmento  $\overline{AB}$ . O ângulo reto em H. São dados também: força ascensional dos dois balões, peso unitário do segmento CD do cabo (a catenária). Pede-se uma condição de equilíbrio do cabo CD. Theodoro Ramos obtém uma condição necessária e suficiente para que haja equilíbrio.

Devido a impossibilidade de obtermos as demais cartas escritas por ambos, não nos foi possível detectar se Lélío Gama considerava satisfatória a solução do problema do livro de Burgatti e Roghi, obtida por Theodoro Ramos. Tampouco nos foi possível saber se Lélío Gama enviara sua própria solução a Theodoro Ramos.

Em seus comentários a respeito da solução deste problema, assim se expressou Theodoro Ramos:

#### Nota I.

Burgatti e Roghi fizeram  $T = T_1$ , introduzindo assim uma condição a mais do que é necessário para determinar o problema; conduziram, pois em geral, a uma contradição. As fórmulas correctas são mais simples que as fórmulas erradas de Burgatti e Roghi.

#### Nota II.

Burgatti e Roghi supõem a linha AB no solo. Nestas condições mesmo suppondo  $P > G$  (onde G é o peso unitário do cabo CD e l é o semicomprimento do cabo DLC. Informação nossa), ainda é preciso verificar se o cabo DLC não se arrasta no chão, isto é, se a flecha f da catenária DLC não é superior a altura commum dos pontos D e C; deve-se ter  $f \leq b[\cosh k/b - 1]$

$$\leq \sqrt{a^2 - (l-k)^2}$$

ou  $\sqrt{l^2 + b^2} - b \leq \sqrt{a^2 - (l-k)^2}$  ou ainda

$$l^2 \leq \left[ \sqrt{l^2 + b^2} + b \right] \sqrt{a^2 - (l-k)^2}$$

Assim, por exemplo, tomando  $l = 40\text{m}$ ,  $a = 10\text{m}$ ,  $G = 0,620\text{kg}$ ,  $P/G = 45$ , temos  $P > G l$ . Utilizando a tábua de senos hiperbolicos do Hütte, encontramos sensivelmente  $k = 30,25\text{m}$ ,  $b = 21,95\text{m}$ ,  $f = b[\cosh k/b - 1] \sim 22,8\text{m}$ , donde  $f > a > \text{acosa}$ . Neste caso a solução acima indicada não pode ser utilizada.

### Nota III.

Se ACLDB fosse um cabo único, e se em C e em D os balões estivessem presos a aneis no interior dos quaes o cabo pudesse escorregar, teríamos  $T = T_1$  como supõem Burgatti e Roghi; mas neste caso não se poderia fixar apriori o comprimento  $\overline{AC} = \overline{BD} = a$  como fazem esses autores, nem aceitar outras hypoteses por elles impostas.

Pelos dados do problema há seis incógnitas, dentre elas  $T$ ,  $T_1$ ,  $a$  e  $q$  que estão assim relacionadas:  $T \cos \theta - T_1 \sin \alpha = 0$  e  $P - T \sin \theta - T_1 \cos \alpha = 0$ . Onde  $P$  é um dos dados do problema.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARQUIVO LÉLIO GAMA.** Theodoro Ramos, LG.D 10/138. Rio de Janeiro: MAST/CNPq, 1988.
- FRANKEN, Tjerk, GUEDES, Ricardo.** A Criação da USP segundo Paulo Duarte. (Entrevista concedida em 1977). *Ciência Hoje*, v. 3, n. 13, p.40-44, 1984.
- FREIRE, Luis.** A Obra Mathematica de Theodoro Ramos. *Jornal do Commercio*, Rio de Janeiro, 5/7/1936.
- GAMA, Lélio.** Discurso do Professor Lélio Gama. *Atas do 5º Colóquio Brasileiro de Matemática*. IMPA, 1965.
- PEREIRA DA SILVA, Clóvis.** *A Matemática no Brasil*. Uma história de seu desenvolvimento. Curitiba: Editora da UFPR, 1992. Segunda edição em disquete, Curitiba, 1997.
- RAMOS, Theodoro Augusto.** *Integraes definidas das funções discontinuas*. São Paulo: Typ. Brasil de Rothschild, 1926.
- \_\_\_\_\_. Nota sobre as curvas esfericas reversas. *Rev. Did. Esc. Pol.*, n.12, p.75-78, 1918.
- \_\_\_\_\_. *Sobre as funções de variáveis reaes*. São Paulo: Secção de Obras de "O Estado de São Paulo", 1918. Tese de doutorado.
- \_\_\_\_\_. Palavras proferidas em sessão de 25 de Junho, Commemorativa do Primeiro Centenario do Nascimento de Gomes de Souza. *Annaes Acad. Bras. Sci.*, t. 1, n. 3, p.164-170, 1929.
- \_\_\_\_\_. Gomes de Souza. *Rev. Brasileira de Engenharia*, ano 9, t. 18, n. 2, p.41-44, 1929a.
- \_\_\_\_\_. Algumas propriedades de uma integral hyperelliptica. *Annaes Acad. Bras. Sci.*, t. VI, n. 3, p. 123-124, 1934.

---

Clóvis Pereira da Silva é Docente da UFPR e Doutor pela Universidade de São Paulo-USP.  
Endereço: Rua Guaratuba, 662 ap. 201 80540-260, Curitiba - PR, Brasil