

A Crônica da Relatividade Restrita

José Maria Filardo Bassalo

Professor Adjunto do Departamento de Física — Universidade Federal do Pará

RESUMO — Nesta *Crônica da Relatividade Restrita* procuramos mostrar como surgiram e se desenvolveram os princípios, leis e teorias relacionados com o movimento de um modo geral, desde as primeiras concepções gregas sobre o assunto, passando pela teoria do ímpeto, dos físicos da Idade Média, pelas primeiras idéias do movimento relativo, dos físicos da Renascença, até chegarmos à Teoria da Relatividade Restrita de Einstein. No decorrer da crônica, são apresentadas as principais experiências que questionaram os resultados teóricos surgidos na construção dessa teoria.

ABSTRACT — In this *Chronicle of the Special Relativity* we show as the principles, laws and theories about the general motion appeared, since the first greek thoughts about the subject, the impetus theorie of the Middle Age physicists and the first ideas of relative motion developed by the physicists of Renaissance, up to the Einstein's Theorie of the Special Relativity. In run away of this chronicle, the relevant experiences that inquire the construction of that Theorie are presented.

Em continuação às *Crônicas da Física* (J.M.F. Bassalo: A crônica da física das partículas elementares. Partes I, II, III e IV. *Revista de Ensino de Física*, 2(2,3), 1980; 3(2,3), 1981; A crônica da supercondutividade. *Ciência e Cultura*, 33(9), 1981; A crônica do eletromagnetismo. *Ciência e Cultura*, 33(12), 1981; A crônica da eletromagnetostática. *Ciência e Cultura*, 35(2), 1983), apresentamos, neste trabalho, a *Crônica da Relatividade*, no qual procuramos mostrar, a exemplo das demais crônicas, como surgiram e se desenvolveram os princípios, leis e teorias relacionados com o movimento (uniforme ou não) relativo entre dois corpos, bem como suas comprovações experimentais, desde as primeiras concepções gregas sobre esse assunto, passando pelas leis do movimento galileanas, até chegarmos à teoria da relatividade restrita einsteiniana.

Para os gregos antigos, conforme nos conta Landau e Kitaigorodski (*Física para todos*, Editorial Mir, 1967), o movimento de um corpo era sempre relacionado à Terra, considerada por eles imóvel, de vez que seguiam as idéias de Aristóteles (filósofo grego,

384-322). Para o sábio e preceptor de Alexandre, o Grande, a situação natural de um corpo é o seu estado de repouso em relação à Terra imóvel e, qualquer deslocamento do mesmo em relação ao nosso planeta, deveria ser causado por uma força¹. Por exemplo, a causa do movimento de uma pedra ou de uma flecha no ar, era explicada por Aristóteles, como sendo devida a uma força exercida pelo ar ao ser empurrado para os lados pela pedra ou flecha, força essa que impulsionava a pedra ou a flecha, em seus movimentos. Agora é fácil ver como Aristóteles chegou a este aforisma: "a Natureza tem horror ao vácuo", pois que, para ele, sem ar, não haveria movimento. Daí, podermos afirmar hoje: os gregos mantinham o ponto de vista de que só existia um referencial inercial — a Terra imóvel.

Os gregos da época clássica também não conseguiram descrever, geometricamente, o movimento dos corpos lançados ao ar. Assim, ainda segundo Aristóteles, uma pedra lançada em certa direção descrevia uma trajetória retilínea até determinado ponto e depois caía, verticalmente. Muito embora as seções cônicas hajam sido descobertas por Menecmo, por volta do ano 350 a.C., e estudadas por Apolonio de Perga (261-190), por volta de 220 a.C. (John Desmond Bernal, *História Social de la Ciencia*, vol. 1, Ediciones Peninsula, 1968), os gregos da antiguidade não foram capazes de observar a trajetória aproximadamente parabólica que um corpo descreve ao ser lançado ao ar. Faltou-lhes a idéia de movimento relativo e, conseqüentemente, a idéia de independência de movimentos surgida no alvorecer do século XVII, com Giordano Bruno e Galileu, conforme veremos mais adiante.

Segundo nos informa Herch Moisés Nussenzweig (*Física Básica*, vol. 1, Editora Edgard Blücher Ltda., 1981), as dificuldades encontradas pelos gregos antigos, na análise do movimento de um corpo, estavam relacionadas com os conceitos de limite, derivada e integral, que só apareceram nos trabalhos de Fermat (1601-1665), Seki Takakazu (ou Kowa) (1642-1708) (*Ciência e Cultura*, 33(9), 1268(1981), Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), desenvolvidos no século XVII. Essas dificuldades fizeram com que os gregos não conseguissem explicar os quatro paradoxos de Zenon de Eléia (c. 490-430), formu-

lados por volta do ano 450 a.C., através dos quais tentou eliminar a possibilidade de existência de movimento, sendo o mais famoso deles o de *Aquiles e a Tartaruga*. Dizia Zenon que, mesmo sendo o herói grego da Guerra de Tróia mais veloz que a tartaruga, se, em uma corrida, esta saísse na sua frente, Aquiles nunca a alcançaria. Como os gregos daquela época desconheciam que a soma dos termos de uma série infinita (no caso, uma progressão geométrica decrescente) pode ser finita, ou que um pedaço de uma reta tem o mesmo número de pontos da reta inteira, não conseguiram, por esses motivos, explicar os paradoxos de Zenon. (É oportuno salientar que os paradoxos de Zenon só foram, completamente, compreendidos na segunda metade do século XIX, com os trabalhos de Richard Dedekind (1831-1916) e Georg Cantor (1845-1918), conforme se pode ver em: Carl Benjamin Boyer, *A History of Mathematics*, Wiley, 1968).

As idéias aristotélicas de movimento segundo as quais um movimento constante requer uma força também constante e, mais ainda, que o movimento de um corpo através de um meio resistente, além de ser proporcional à força que o produziu, era, também, inversamente proporcional à resistência do meio considerado¹, prevaleceram por cerca de 1000 anos, quando começaram a ser reestudadas pelos cientistas da Idade Média, já que o mundo romano pouco se interessou por questões teóricas (*Enciclopaedia Britannica*, Vol. 14, 1978). Para compreender de um modo geral o movimento, é necessário, como hoje se sabe, que se conheça o conceito de velocidade instantânea e o conceito de aceleração, que é a variação temporal da velocidade. Por outro lado, para se descrever o movimento de um corpo em um campo de forças, é preciso saber manipular com o conceito de independência de movimentos. Pois bem, na Idade Média, conforme nos relata Pierre Lucie (*A Gênese do Método Científico*, Editora Campus, 1977), duas escolas atacaram tais problemas: a de Oxford e a de Paris. Os cientistas oxfordianos, chamados de *Os Calculadores* (Thomas Bradwardine, William Heytesbury, Richard Suiset e John Dumbleton), entre 1330-1340, consideraram o problema filosófico relacionado com o crescimento ou decréscimo, em intensidade, das grandezas. Os trabalhos desses ingleses deram início ao estudo da Cinemática, conforme se pode ver em: D.J. Struik, Editor (*A Source Book in Mathematics, 1200-1800*, Harvard University Press, 1969). Esse grupo de Oxford conseguiu, apenas trabalhando hipoteticamente e sem nenhuma tentativa experimental, mostrar que os movimentos uniformemente variados eram equivalentes aos movimentos uniformes, desde que estes últimos fossem descritos com a velocidade média dos primeiros. Esse resultado ficou conhecido como *Regra de Merton*, já que foi desenvolvido no Merton College, em Oxford, onde ensinavam aqueles professores ingleses.

A regra mertoniana acima referida foi demonstrada, geometricamente, por Nicole d'Oresme (erudito alemão, c. 1325-1382), por volta de 1360. Oresme, diretor do Colégio de Navarra da Universidade de Paris, demonstrou tal regra tentando estudar os movimentos por ele denominados de *uniforme e uniformemente diforme*. Assim, ao longo de uma linha horizontal marcava pontos que representavam instantes de tempo (ou longitudes, como ele os chama-

va), e, para cada instante, levantava uma perpendicular à linha das longitudes, cujo comprimento (latitude) representava a velocidade naquele determinado instante. Desse modo, os movimentos uniformes eram representados por um retângulo, e os uniformemente diformes, por um triângulo, desde que a velocidade inicial do corpo dotado de tais movimentos fosse nula. É fácil ver que tal triângulo é equivalente a um retângulo, cuja base é a mesma do triângulo, e cuja altura é a velocidade no meio do intervalo de tempo. Oresme foi mais longe ao afirmar que a soma das velocidades, nesses gráficos, representava a distância percorrida pelo corpo. Hoje, como se sabe, tais gráficos são conhecidos como diagramas velocidade-tempo. (Não seria um despropósito afirmar que nesses trabalhos de Oresme está a gênese da *Geometria Analítica* desenvolvida por René Descartes (1596-1650), em sua famosa *Geométrie*, publicada em 1637.) Apesar de Oresme ter demonstrado a regra mertoniana, a qual significa que, em um movimento uniformemente acelerado (diforme) a distância percorrida aumenta com o quadrado do tempo, ele não chegou à lei da queda livre dos corpos, enunciada por Galileu, em 1638. Mais uma vez, a falta dos conceitos de limite, derivada e integral, acrescida de uma falta de atitude experimentalista em face dos problemas relacionados com o movimento, fizeram com que os cientistas do século XIV de nossa era não chegassem às leis geométricas dos movimentos de projéteis.

A causa do movimento de um corpo lançado no ar, foi objeto de estudo por parte de John Philoponus (filósofo cristão grego, f. século VI d.C.) ao se opor às leis de movimento aristotélicas e à impossibilidade da existência do vácuo. Afirmava Philoponus, por volta de 530 d.C., que o movimento de um corpo no ar não se devia ao empurrão exercido pelo ar sobre o corpo, como afirmava Aristóteles, e sim a uma "espécie de inércia" (Boyer, op. cit.), a qual mantinha o corpo em movimento, e que a velocidade do mesmo era proporcional ao excesso da força de resistência. Esse filósofo, que viveu em Alexandria, recusou-se, também, a aceitar a idéia aristotélica sobre a proporcionalidade entre a velocidade e o peso dos corpos em queda livre. Afirmou Philoponus que, se dois corpos de pesos bem diferentes caíssem de uma mesma altura, a relação entre os tempos gastos na queda não dependia da relação dos pesos, pois, que a diferença entre tais tempos é muito pequena (Boyer, op. cit.). A mesma afirmativa seria repetida por Galileu, somente no século XVII, porém baseada em experiências com corpos deslizando em planos inclinados bem lisos. As idéias de Philoponus seriam, mais tarde, aceitas e defendidas por Avicena, no século XI, e por Abu al Barakat Al-Baghdadi, no século XII (*Enciclopaedia Britannica*, op. cit.).

A idéia de Philoponus de que uma força motriz incorpórea cedida a um corpo em movimento no ar é a que mantém o mesmo em movimento, foi melhor elaborada por Jean Buridan (filósofo francês, 1300-1358), através de sua teoria da *impulsão* ("impetus", em latim). A questão lógica colocada por Buridan era a seguinte: por que razão o ar, no caso do movimento de um projétil, teria ele sozinho a faculdade de continuar a mover-se, para, por sua vez, mover o projétil? Por que o projétil não possuiria essa mesma faculdade (Pierre Lucie, op. cit.)? ao responder a essas perguntas, Buridan desenvolveu sua teoria da im-

impulsão, segundo a qual, o impulsor cede ao impulsionado uma potência, proporcional à velocidade e à massa desse último, necessária a mantê-lo em movimento. É mais ainda, que o ar progressivamente reduz a impulsão, e que o peso pode aumentar ou diminuir a velocidade. Buridan chegou a usar esse seu conceito de impulsão para explicar os movimentos perenes observados no céu (*Encyclopaedia Britannica*, vols. II e 14, 1978). Em uma palavra, diríamos com Pierre Lucie (op. cit.) que Buridan transferiu ao projétil a capacidade que Aristóteles atribuía ao ar, qual seja, a de armazenar e conservar a força inicial do impulsor.

Apesar de todo o esforço dos físicos da Idade Média no sentido de entender e descrever o movimento dos projéteis, a vigência do modelo de Cláudio Ptolomeu (astrônomo grego, 85-165) a respeito do nosso sistema planetário, elaborado por volta do 2.º século de nossa era, e segundo o qual a Terra imóvel era o centro do sistema planetário em que vivemos, fez com que aqueles físicos não se preocupassem em descrever o movimento de um corpo em relação a um outro, também em movimento, que seria o caso, desde que a Terra se movimentasse. Pois bem, o cônego Nicolau Copérnico (astrônomo polonês, 1473-1543) em seu livro *De Revolutionibus Orbium Coelestium* (Das Revoluções dos Orbes Celestes), publicado no ano de sua morte (consta que Copérnico recebeu o primeiro exemplar de seu livro poucas horas antes de morrer, no dia 24 de maio de 1543), retomou a idéia de um universo heliocêntrico defendida, antes, por Aristarco de Samos (astrônomo grego, 320-250), Oresme e Nicolau de Cusa (cardeal alemão, 1401-1464). Portanto, segundo esse modelo, a Terra não era mais imóvel, e sim, girava em torno do Sol, trazendo com isso uma grande complicação, isto é, a de explicar os movimentos dos corpos próximos à superfície de uma Terra em movimento. Como explicar, por exemplo, por que um corpo lançado para cima não cairia a oeste de sua posição inicial, como afirmava Aristóteles e seus seguidores? Uma primeira explicação foi tentada pelo descendente de negociantes atacadistas de cobre (daí o nome Copérnico), ao responder a essa questão, dizendo que o corpo caía ao pé da vertical em que fora lançado porque ele, juntamente com o ar, eram arrastados pela Terra em movimento (Arthur Koestler, *Os Sonâmbulos*, Ibrasa, 1961). Esse arrastamento só seria perfeitamente entendido com a teoria newtoniana da gravitação, formulada em 1666, e somente publicada em 1687, pois, segundo essa teoria, a força de atração entre dois corpos tem a direção da reta que une seus centros. Assim, tal força mantinha o corpo sempre preso à Terra (assim como o ar) como se ambos estivessem ligados por um bastão rígido.

A objeção feita pelos aristotélicos ao movimento da Terra foi, também, respondida por Giordano Bruno (filósofo e astrônomo italiano, 1548-1600) ao propor experiências que poderiam ser realizadas a bordo de um navio em movimento uniforme. Dizia Giordano Bruno que se uma pessoa se colocasse no extremo do mastro de um navio e jogasse um corpo no pé do mastro ou em outro qualquer ponto do navio, tal corpo seguiria em linha reta na direção do alvo escolhido, qualquer que fosse a velocidade constante do navio. Segundo Pierre Lucie (op. cit.), tais experiências só foram realizadas por volta de 1625,

provavelmente por Gallé, na França. Para corroborar com seu raciocínio, segundo o qual, um navio em movimento uniforme arrasta qualquer corpo com ele, Giordano Bruno propunha outra experiência. Suponha agora, dizia o defensor da pluralidade dos mundos, que duas pessoas, nesse mesmo navio, e outra na margem do rio, quando estiverem uma defronte da outra, deixem cair uma pedra da mesma altura, em queda livre. Cada pessoa, em particular, verá cair sua pedra ao pé da vertical, descrevendo uma trajetória retilínea. No entanto, a trajetória descrita pela pedra de um, vista pelo outro, será uma curva. Por exemplo, a pessoa do navio verá a pedra lançada pela pessoa que estava na margem, cair em direção à popa do navio. Hoje reconhecemos essas palavras de Giordano Bruno como sendo a descrição do princípio da independência dos movimentos, ou o princípio da relatividade galileana ou clássica do movimento, nas palavras de Pierre Lucie (op. cit.).

Chegamos, assim, à relatividade clássica, melhor explorada por Galileu Galilei (astrônomo e físico italiano, 1564-1642). Usando o princípio da independência dos movimentos, Galileu fez uma série de experiências com queda de corpos, chegando às leis da queda livre, em 1638, expostas em seu famoso livro *Diálogos Concernentes a Duas Novas Ciências*². Ainda nesse mesmo livro, ele demonstra que a trajetória dos projéteis é uma parábola. Segundo John Losee (*Introdução Histórica à Filosofia da Ciência*, Itatiaia e Edusp, 1979), Galileu utilizou o método indutivo-dedutivo aristotélico ou método da resolução-composição de Grosseteste (c.1168-1253) e Roger Bacon (c.1214-1292) para demonstrar, matematicamente, a evidência experimental de que o alcance máximo dos projéteis ocorre para um ângulo de inclinação de 45°. A superioridade de seus cálculos ficou evidenciada quando o identificador das manchas solares demonstrou que o mesmo alcance dos projéteis ocorre para ângulos simétricos em relação a 45°, e.g., 40° e 50°, fato esse desconhecido pela artilharia. (É interessante observar que o cálculo da trajetória de um projétil, tendo em conta a resistência do ar, foi feito por Newton, porém as dificuldades teóricas para resolver a equação diferencial a ela correspondente, bem como as dificuldades técnicas encontradas na construção dos referidos projéteis, na alma dos canhões que os lançavam, e no controle da qualidade e da quantidade da pólvora neles usada, fizeram com que os resultados newtonianos só fossem aplicados na Segunda Guerra Mundial (John Desmond Bernal, op. cit.). Acresça-se a isso, a descoberta acidental feita na Primeira Guerra Mundial de que o alcance do projétil seria maior se o canhão se elevasse um pouco acima do ângulo de alcance máximo (Keith R. Symon, *Mechanics*, Addison-Wesley, 1961).

Depois dessa pequena digressão sobre o movimento de projéteis, voltemos à relatividade galileana, ou lei de composição de velocidades, cujo significado físico é o seguinte: a velocidade de um objeto, em relação a um corpo em repouso, é igual à velocidade que ele tem em relação a um outro corpo que se desloca com velocidade constante em relação ao corpo parado, acrescida desta última velocidade. Por exemplo, se uma pessoa se desloca dentro de um trem, que corre com velocidade uniforme e uma outra pessoa estiver parada e situada na plataforma da

estação desse trem, esta verá o passageiro do trem deslocar-se mais depressa ou mais devagar, conforme a direção em que ele ande, se no sentido do deslocamento do trem ou em sentido contrário, respectivamente. Essa lei de composição de velocidades, mais a *Lei da inércia*, formulada por Galileu, em 1632, em seus *Diálogos Sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo*³, permitiram a Isaac Newton (físico e matemático inglês, 1642-1727) elaborar o conceito de *referencial inercial* (não propriamente com esse nome), por intermédio das suas duas primeiras leis — *lei da inércia e lei da força* —, apresentadas em seu famoso livro *Os Principios Matemáticos da Filosofia Natural*⁴, publicado em 1687. Para Newton, se nenhuma força atuasse em um corpo, o seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme desse corpo não seria alterado. Mas, alterado em relação a quê? Em relação às estrelas fixas, respondia Newton, já que a Terra encontra-se tanto em movimento de translação em torno do Sol, quanto em rotação em torno de seu eixo. Os conceitos absolutos de tempo e espaço newtonianos, como se pode ver nas próprias palavras de Newton: “O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, ...”⁴ e “O espaço absoluto, sem relação, ...”⁴, acrescido da dubiedade na definição de massa: “A quantidade de matéria se mede pela densidade e o volume tomados conjuntamente”⁴, levaram Newton e seus seguidores à formulação do princípio de que é impossível, através de uma experiência mecânica, saber se um corpo está parado ou em movimento retilíneo uniforme. Hoje, facilmente, demonstra-se essa afirmação, bastando, para isso, tomar as expressões algébricas da lei da força newtoniana ($F = m \ddot{x}$) e a lei de composição de velocidades galileiana ($\dot{x} = \dot{x}' \pm v$), e considerar as hipóteses de Newton sobre o aspecto absoluto do tempo ($t = t'$) e da massa ($m = m'$). Portanto, quer para um referencial em repouso, quer para um referencial deslocando-se com uma velocidade constante (v), a lei da força é a mesma, isto é: $F = F'$, ou, equivalentemente, $m \ddot{x} = m' \ddot{x}'$. Em outras palavras, a igualdade das forças significa dizer que uma experiência mecânica não é capaz de determinar a velocidade de um referencial inercial. (Convém lembrar que a notação newtoniana \dot{x} , significa a derivada temporal da variável x , ou, na notação leibniziana: dx/dt .)

As leis da mecânica newtoniana (leis da inércia, da força e da ação e reação) e mais o princípio da relatividade de Giordano Bruno-Galileu prevaleceram por mais de dois séculos, inclusive fundamentando o desenvolvimento de outras partes da Física, como a Termodinâmica, a Mecânica Celeste e a Mecânica Estatística, até serem questionadas por Ernst Mach (físico e filósofo austríaco, 1838-1916), em 1883, em seu polêmico livro *A Ciência da Mecânica*⁵. Nesse livro, Mach questiona, fundamentalmente, a definição newtoniana de massa, bem como a distinção que a mecânica newtoniana fazia entre forças verdadeiras, aquelas relacionadas com referenciais inerciais, e as não-verdadeiras, as que aparecem quando se procura descrever o movimento de corpos em sistemas de referência acelerados, como as forças centrífuga e de Coriolis. Para Mach, todas as forças são verdadeiras, já que elas dependem da distribuição de matéria no Universo. Quando fizermos a Crônica da Gravitação, nos deteremos um pouco mais no *princípio de Mach*, porém, no momento, é suficiente ressaltar que, para Mach, todos os movimentos são relativos,

isto é, tanto a velocidade como a aceleração são relativas, significando dizer que nenhuma experiência física é capaz de determinar se um corpo está em repouso, em movimento uniforme ou acelerado, não se podendo, portanto, calcular o valor absoluto dessas grandezas.

Apesar do grande sucesso da mecânica newtoniana, um de seus principais resultados, qual seja, a invariância ou covariância de suas leis com relação a uma transformação de Galileu, segundo a linguagem atual, sofreu a sua primeira objeção prática quando os físicos tentaram explicar o resultado da experiência de Armand Hyppolyte Louis Fizeau (físico francês, 1819-1896), realizada em 1851, na qual determinara a velocidade da luz em um líquido parado e em movimento. Conforme nos relata Werner Heisenberg (*Física e Filosofia*, Editora Universidade de Brasília, 1981), segundo o princípio da relatividade clássica, a velocidade da luz em um líquido em movimento seria igual à soma da velocidade do líquido e da velocidade da luz no líquido em repouso. No entanto, o valor medido por Fizeau foi um pouco menor. (Na Crônica de Óptica veremos que o resultado de Fizeau foi, parcialmente, explicado pela teoria de Fresnell (1788-1827), desenvolvida em 1818, porém, sua completa explicação só seria dada pela teoria einsteiniana da relatividade restrita.)

O segundo golpe desferido sobre o princípio da relatividade clássica de Giordano Bruno-Galileu, aconteceu em 1887, por ocasião da experiência de Michelson-Morley. Todavia, antes de falarmos nessa experiência, é necessário que se faça uma rápida crônica do eletromagnetismo maxwelliano, para que possamos compreender aquela experiência. Conforme vimos com mais detalhes em nossa *Crônica do Eletromagnetismo (Ciência e Cultura, 33(12), 1981)*, James Clerk Maxwell (físico e matemático escocês, 1831-1879), entre 1864 e 1873, trabalhou na formulação matemática das leis experimentais do eletromagnetismo, desenvolvidas por Coulomb, em 1785, Ampère, Oersted e Biot-Savart, todos em 1820, e por Faraday, em 1832, as famosas *equações de Maxwell*, cujos dois principais resultados foram: a corrente elétrica sendo constituída de dois termos, uma devido ao deslocamento das cargas elétricas reais (corrente de condução), e a outra decorrente da variação temporal do vetor deslocamento (corrente de deslocamento); o segundo resultado foi a demonstração do caráter eletromagnético da luz, pois Maxwell deduziu, com suas equações, que as vibrações do campo elétrico e do correspondente campo magnético, no vácuo, deveriam propagar-se com a velocidade da luz. Ora, como era crença geral entre os físicos, por essa ocasião, serem as vibrações de qualquer coisa veiculadas por um meio (as ondas sonoras são veiculadas pelo ar, e as elásticas por um meio material), tomou-se o éter descartiano como o meio propagador das ondas eletromagnéticas maxwellianas. (É oportuno lembrar que Descartes, conforme salienta André Ambrósio Abramczuk (*O Mito da Ciência Moderna*, Cortez Editora, 1981), não admitia a idéia newtoniana de ação à distância, daí haver tomado o éter como intermediário das interações de sistemas físicos, principalmente as relacionadas com fenômenos ópticos.)

A idéia aristotélica da existência de um referencial privilegiado — a Terra imóvel —, para estudar os fenômenos físicos então conhecidos, principal-

mente os movimentos dos corpos, ressurgia com o eletromagnetismo maxwelliano. Desta vez, trata-se do éter, como referencial privilegiado, em relação ao qual as equações de Maxwell eram escritas na forma mais simples, caso fosse válido o princípio da relatividade de Giordano Bruno Galileu, pois, ao ser aplicado esse princípio às equações de Maxwell, suas novas expressões dependem da velocidade do referencial que se desloca com movimento uniforme em relação ao éter. Isso significa dizer que o eletromagnetismo não é covariante por uma transformação de Galileu e, portanto, uma experiência eletromagnética (óptica, por exemplo) é capaz de determinar se um corpo está em repouso ou em movimento uniforme, o que não é possível, conforme vimos acima, por intermédio de uma experiência mecânica. Assim, seria possível determinar a existência do éter, para isso bastaria realizar uma experiência óptica que fosse capaz de calcular a velocidade do referencial em movimento.

Chegamos, então, ao experimento de Albert Abraham Michelson (físico germano-norte-americano, 1852-1931; PNF, 1907) e Edward Williams Morley (químico norte-americano, 1838-1923) realizado em 1887⁶, e que se destinava a verificar a existência do éter luminífero, problema que, também, preocupava Michelson desde 1881⁷, dentro do objetivo fundamental de sua vida, que foi a determinação da velocidade da luz, esta por ele procurada desde 1878 até sua morte, em 1931, como se pode ver no excelente livro de Bernard Jaffe (*Michelson e a velocidade da luz*, Edart, 1967). Para tentar comprovar a existência ou não do éter luminífero, Michelson fez o seguinte raciocínio: se o éter existe, então os planetas devem caminhar em um "mar etéreo" ao girarem em torno do Sol. Ora, à sua época, já se sabia que a Terra possui uma velocidade de rotação em torno do Sol de aproximadamente 30 km/s. Pois bem, utilizando um aparelho que ele próprio inventara, o *interferômetro* (para a descrição desse aparelho bem como sobre a experiência de Michelson-Morley, veja-se Bernard Jaffe (op. cit.) e William Francis Magie (*A Source Book in Physics*, McGraw-Hill, 1935)), Michelson procurava determinar uma possível variação da velocidade da luz devido ao suposto movimento da Terra em relação ao éter em repouso (Yashiro Yamamoto, *O Desenvolvimento Histórico da Teoria da Relatividade*, in *Revista de História*, XLVI, 1974). Usando uma fonte de luz de comprimento de onda de 5.000 Å, um percurso dessa luz de 10 metros através de reflexões múltiplas nos braços do interferômetro, a velocidade orbital da Terra, a lei de composições de velocidades de Galileu, Michelson-Morley esperavam obter um deslocamento na figura de interferência da ordem 0.4 franjas, quando o interferômetro sofresse uma rotação de 90°. No entanto, a figura de interferência permaneceu imóvel. Várias experiências foram então realizadas, tanto ao meio-dia, quanto às seis horas da tarde, assim como, com diferença de seis meses, quando, então, a Terra teria posições simétricas em relação ao "mar de éter", com o mesmo resultado da primeira: imobilidade da figura de interferência. (A experiência de Michelson-Morley foi por diversas vezes repetidas, quer com luz do Sol, por Miller, em 1924, quer com luz de estrelas, por Tomaschek, também em 1924, bem como interferômetros de braços

desiguais, por Kennedy e Thorndike, em 1932, cujos resultados e referências podem ser vistos em Wolfgang K.H. Panofsky e Melba Phillips (*Classical Electricity and Magnetism*, Addison-Wesley, 1962). Com a construção do laser por Maiman, em 1960, a experiência de Michelson-Morley voltou a ser realizada, desta vez por Jaseja, Javan, Murray e Townes, em 1964⁸, e, recentemente, por Brillet e Hall, em 1979⁹. Comentários sobre esta última experiência foram feitos por Sylvain Clément (*La Recherche*, 104, 1004, Outubro 1979). De todas as experiências do tipo Michelson-Morley, apenas a de Miller, realizada no período de 1925-1926 nos laboratórios de Monte Wilson, e publicada somente em 1933¹⁰, apresentou um resultado positivo com relação à presença de um vento etéreo. No entanto, Einstein rejeitou esse resultado atribuindo a influência da temperatura nas medições feitas por Miller. Conforme nos conta A. Villani (*O Confronto Lorentz-Einstein e suas interpretações*, "preprints" do Instituto de Física da Universidade de São Paulo e *Revista de Ensino de Física*, vol. 3, 1981), a intuição de Einstein a respeito da influência da temperatura seria confirmada por Shankland, McCuskey, Leone e Kuerti, em 1955¹¹. Um outro tipo de experiência para detectar o éter foi proposto por Trouton e Noble, em 1903¹². A idéia deles era a de que, a existência de um referencial privilegiado para o eletromagnetismo maxwelliano, faria aparecer um torque em um capacitor carregado com éter como dielétrico, e tendo suas placas inclinadas em relação à direção de seu deslocamento. No entanto, nenhum efeito foi por eles observado.)

Em virtude do resultado da experiência de Michelson-Morley, alguns físicos tentaram, ainda, através de algumas hipóteses, preservar a existência do éter, pois não podiam conceber uma onda propagando-se no nada. Assim, George Francis Fitzgerald (físico irlandês, 1851-1901), em 1893 (que não publicou sua idéia, apenas expunha-a em suas aulas. Esta, porém, foi referida no trabalho de O.J. Lodge¹³, conforme salientam E. Terradas e R. Ortis (*Relatividade*, Espasa-Calpe, 1952), e, independentemente, Hendrik Antoon Lorentz (físico holandês, 1853-1928; PNF, 1902), em 1892¹⁴, formularam a hipótese de que o comprimento de uma régua contraísse de um fator $(1 - (v/c)^2)^{1/2}$ na direção de seu movimento. Esse fator, introduzido *ad hoc* aos cálculos do deslocamento da franja de interferência na experiência de Michelson-Morley, explicava o resultado da mesma, porém sem nenhuma razão física. (É oportuno salientar que Lord Rayleigh tentou refutar a hipótese da contração de Lorentz-Fitzgerald ao afirmar que um meio isotrópico deve tornar-se anisotrópico quando sofre uma contração, resultando daí que um material isotrópico transparente devia tornar-se duplamente refratário para um raio de luz que o atravessasse obliquamente à direção de seu movimento através do éter. Lord Rayleigh realizou, em 1902¹⁵, uma experiência com a intenção de detectar essa dupla refração. Em 1904¹⁶, Brace repetiria a mesma experiência com um aparelho mais sensível do que o de Lord Rayleigh, porém encontrou o mesmo resultado do descobridor do Argônio, qual seja, ausência de dupla refração, conforme nos relata Sir James Jeans (*The Mathematical Theory of Electricity & Magnetism*, Cambridge University Press, 1966).*

Uma outra hipótese que procurava preservar o éter, dizia que os planetas em seus movimentos o arrastavam, daí o resultado da experiência de Michelson-Morley. No entanto, essa hipótese ("ether drag"), não explicava o fenômeno da aberração da luz, observado por Bradley (1693-1762), em 1728, nem a experiência de Fizeau, realizada em 1851, à qual já nos referimos anteriormente.

Em 1908¹⁷, Ritz (1878-1909) propôs uma teoria segundo a qual, a velocidade da luz depende aditivamente da fonte emissora. Essa teoria, conhecida como *Teoria da Emissão de Ritz*, alterava alguns resultados da eletrodinâmica clássica, porém, conseguia explicar o resultado da experiência de Michelson-Morley, quando nesta, fosse usada uma fonte de luz estelar. Porém, se a velocidade da luz dependesse aditivamente da fonte emissora, como preconizava Ritz, na observação de uma estrela dupla girante, deveriam aparecer estrelas fantasmas, pois, a luz emitida por cada estrela, no mesmo instante, chegaria em instantes diferentes na Terra. De Sitter (1872-1934) mostrou que, tal efeito, provocaria uma excentricidade espúria na órbita das estrelas duplas, caso fosse aplicado no cálculo de tal órbita, as leis da Mecânica Celeste. Usando uma análise espectroscópica das estrelas duplas, de Sitter, em 1913¹⁸, não conseguiu medir o mencionado efeito. (Sobre outras teorias de emissão, bem como suas falhas na explicação de resultados experimentais do tipo Michelson-Morley, veja-se Panofsky e Phillips (op. cit.). Aliás, nesse mesmo livro existe um quadro excelente, no qual vários experimentos físicos têm seus resultados comparados com as várias teorias decorrentes do resultado da experiência de Michelson-Morley. Nele, vê-se que a única teoria compatível com os experimentos relacionados, é a teoria da relatividade restrita einsteiniana.)

Até agora, vimos como os físicos tentaram, através de várias hipóteses, compatibilizar, sem sucesso, os resultados experimentais do tipo Michelson-Morley com o princípio da relatividade de Giordano Bruno-Galileu-Newton, hoje denominado de *transformação de Galileu*. Porém, como o eletromagnetismo maxwelliano não mantém suas expressões algébricas quando se aplica ao mesmo aquela transformação, ou seja, o eletromagnetismo não é co-variante por uma transformação de Galileu, os físicos começaram a pesquisar que tipo de transformação manteria a co-variância do eletromagnetismo maxwelliano. Conforme nos relata Terradas e Ortiz (op. cit.), parece haver sido W. Voigt o pioneiro de tal pesquisa, ao mostrar, em 1887¹⁹, que certas equações do eletromagnetismo conservam sua forma em um sistema de referência animado de movimento retilíneo uniforme, desde que se introduzam nessas equações, um *tempo local* t' contado a partir de uma origem e que este seja função linear das coordenadas espaciais do ponto que se considere em movimento. No entanto, foi Lorentz, em 1904²⁰, quem encontrou um conjunto de transformações lineares, as quais deixavam invariantes as equações de Maxwell em regiões do espaço onde não existem densidades de cargas elétricas ($\rho = 0$) e, consequentemente, nem densidades de correntes elétricas ($\vec{J} = \vec{qv} = 0$). Porém, um erro cometido nas leis de transformação de q e de \vec{v} , fizeram com que Lorentz não conseguisse demonstrar a co-variância do eletromagnetismo

maxwelliano com fontes, isto é, com $q \neq 0$. Esse resultado foi obtido por Jules-Henri Poincaré (matemático, astrônomo e filósofo francês, 1854-1912), em 1905²¹. Com isso, ficou rigorosamente demonstrado que o eletromagnetismo maxwelliano mantinha-se invariante quando a ele fossem aplicadas, as seguintes equações:

$$x' = \gamma(x - vt); y' = y; z' = z; t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

onde $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$

Esse conjunto de transformações, hoje denominado *transformações de Lorentz* (nome dado por Poincaré) ou *grupo de Lorentz*, que se reduz ao *grupo de Galileu* para $c \rightarrow \infty$ (hipótese newtoniana), ou $v \ll c$, explica o resultado das várias experiências do tipo Michelson-Morley, porém, apresenta um resultado revolucionário, qual seja, de que a simultaneidade não era mais absoluta, como era intuído na mecânica newtoniana, e sim relativa, pois dependia da velocidade relativa entre referenciais inerciais.

Em vista do exposto anteriormente, viu-se que existia uma discrepância entre os dois pilares fundamentais da Física do século passado — a Mecânica e o Eletromagnetismo — com relação ao princípio da relatividade de Giordano Bruno-Galileu, já que, tal princípio, privilegiava um referencial inercial — o éter —, para o Eletromagnetismo, e determinava uma infinidade de outros referenciais inerciais para a Mecânica. Para resolver tal impasse, dois "programas de pesquisa", no sentido lakatiano do termo (Imre Lakatos, *O Falseamento e a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica*, in *A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento*, CultiX e Edusp, 1972), foram desenvolvidos: um por Lorentz, a partir de 1892¹⁴, e outro por Einstein, a partir de 1905. Esses programas de pesquisa foram muito bem analisados por Alberto Villani (op. cit.) e por Antonio Luciano Leite Videira (*O Nascimento da Relatividade: Einstein, o herdeiro de Newton*, DFPUC-RJ, 1979).

Conforme vimos em linhas atrás, o programa de Lorentz começou com a análise de várias experiências relacionadas com a verificação do efeito provocado pela translação anual da Terra nos fenômenos elétricos e ópticos. Em seus trabalhos, Lorentz obtém uma série de resultados, entre os quais, a contração do comprimento e as transformações que mantêm invariantes o eletromagnetismo maxwelliano no vácuo, já referidos anteriormente, e mais, que a massa do elétron é de origem eletromagnética e com duas componentes: a "longitudinal" e a "transversal". Em 1902²², Max Abraham (1875-1922) havia encontrado expressões diferentes para esses componentes da massa do elétron, ao tratá-lo como uma esfera rígida e uniformemente eletrizada sobre sua superfície, diferindo do modelo de Lorentz apenas com relação a não-rigidez do elétron, pois Lorentz, admitiu, usando sua idéia de 1892¹⁴, que o elétron, em seu movimento através do éter, contraia suas dimensões na direção de seu movimento, mantendo, no entanto, inalteradas suas dimensões transversais. Um modelo rival do elétron foi proposto por Alfred Bucherer (1863-1927), em 1904²³, ao admitir a deformabilidade do elétron em seu movimento através do éter, porém seu volume se mantinha constante. Para procurar determinar a variação da massa do elétron em movimento, variação esta prevista nos vários modelos eletrônicos acima mencionados, Walter Kauf-

mann (1871-1947), no período 1901-1906 ²⁴, realizou uma série de experiências (cujos detalhes e discussão de seus resultados foram recentemente estudados por James T. Cushing (*American Journal Physics*, 49, 1133, December 1981)), nas quais determinava a relação e/m para o elétron, analisando o desvio que o mesmo sofria ao atravessar uma região de campo elétrico e de campo magnético, campos esses produzidos, respectivamente, por um condensador e por uma bobina. (É interessante observar que as experiências de Kaufmann foram realizadas com um feixe de raios β , que já haviam sido, nessa época, identificados como sendo raios catódicos ou elétrons, conforme nos relata James T. Cushing (op. cit.).)

As primeiras conclusões de Kaufmann, obtidas ²⁴ no período 1901-1903, mostraram-se compatíveis com o modelo de Abraham. No entanto, Lorentz em seu trabalho de 1904 ²⁰, mostrou que tais conclusões eram também compatíveis com o seu modelo, utilizando, para isso, alguns resultados dos cálculos feitos por Kaufmann. Em 1904 ²³, conforme vimos acima, Bucherer propôs um novo modelo para o elétron. Pois bem, tentando encontrar algum resultado experimental que pudesse decidir entre os modelos rivais de Lorentz, Abraham e Bucherer, Kaufmann realizou mais duas experiências, no período 1905-1906 ²⁴, cujos resultados para a relação e/m do elétron, continuavam a ajustar-se melhor com o modelo de Abraham. Nesse ínterim, Albert Einstein (físico alemão-norte-americano, 1879-1955; PNF, 1921), em 1905 ²⁵, começa a desenvolver seu programa de pesquisa que levaria à teoria da relatividade restrita, como hoje é conhecida e da qual falaremos mais adiante. Porém, como foram deduzidas nesse trabalho, expressões matemáticas que permitiam o cálculo das componentes transversal e longitudinal da massa do elétron em movimento elas não poderiam ficar alheias à discussão em questão, tanto que, Einstein, em 1907 ²⁶, fez um trabalho no qual mostrou o ajuste dos resultados experimentais de Kaufmann com a sua teoria. Devido à diversidade de opiniões a respeito desse assunto, talvez houvesse necessidade de um mediador. Surge, então, Max Karl Ernst Ludwig Planck (físico alemão, 1858-1947; PNF, 1918), que se tornara famoso no mundo científico através de sua *teoria do quantum*, e intervém na discussão, realizando alguns trabalhos ²⁷, entre 1906 e 1907, nos quais mostrava que os resultados experimentais se ajustavam melhor ao modelo de Abraham, conforme podemos ver no excelente estudo de James T. Cushing (op. cit.). Porém, o fiel da balança dessa discussão começou a pender para o lado da teoria de Lorentz-Einstein, com a experiência realizada por Bucherer, em 1909 ²⁸, pois seus resultados foram mais compatíveis com o modelo de Lorentz do que com o modelo de Abraham. Bucherer ficou tão impressionado com seus resultados que abandonou seu próprio modelo eletrônico. Ainda nos socorrendo do trabalho de James T. Cushing (op. cit.), ele nos relata que, a superioridade da teoria de Lorentz sobre a de Abraham, foi manifestada na experiência realizada por G. Neumann, em 1914 ²⁹, e corroborada por C.E. Guye e C. Lanchy, em 1915 ³⁰.

Feita essa discussão entre o modelo de Lorentz para o elétron, os modelos rivais de Abraham e Bucherer e as experiências levadas a cabo com a inten-

ção de testá-los, observemos, agora como se desenvolveu o programa de pesquisa de Einstein, iniciado em 1905 ²⁵, e relacionado com a eletrodinâmica. (É necessário dizer que nesse mesmo ano de 1905, Einstein faria mais dois grandes trabalhos: um sobre o efeito fotoelétrico e outro sobre o movimento browniano (José Maria Filardo Bassalo, *Einstein: Aspectos de sua vida e de sua obra, Contacto*, 33 (1980)), tão fundamentais quanto o trabalho sobre eletrodinâmica, pois, basta dizer que o Prêmio Nobel de Física atribuído a Einstein, em 1921, foi devido a "seus serviços à física teórica, especialmente a descoberta da lei do efeito fotoelétrico" (*Enciclopedia Britannica*, vol. VII, 1978).)

No estudo publicado em 1905 ²⁵, intitulado *Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento*, Einstein aborda o problema da eletrodinâmica, por um outro prisma, diferente do de Lorentz, que, conforme vimos anteriormente, preocupou-se em formalizar uma teoria do elétron, baseando-se na hipótese da contração que o elétron, supostamente esférico, sofria na direção de seu próprio movimento. O caminho seguido por Einstein foi outro, de vez que estava preocupado em explicar a assimetria aparecida nas equações de Maxwell, quando eram aplicadas aos corpos em movimento. Assim, ele examinou a ação eletromagnética recíproca entre um magneto e um condutor, e observou que, se o magneto está em movimento e o condutor em repouso, aparecerá, nas vizinhanças do magneto um campo elétrico, o qual, por sua vez, produzirá uma corrente no condutor. Por outro lado, confirma um dos maiores sábios da humanidade, se o magneto está parado e é o condutor que se movimenta, nenhum campo elétrico aparecerá nas vizinhanças do magneto. E Einstein prossegue dizendo que exemplos desse tipo, "junto com tentativas infrutíferas para descobrir qualquer movimento da terra no 'meio luz', sugere que os fenômenos eletromagnéticos, diferentemente dos mecânicos, não possuem propriedades correspondentes à idéia de repouso absoluto". (Cremos caber aqui, um comentário polêmico sobre esse assunto: será que Einstein, ao fazer esse trabalho, conhecia ou não os resultados da experiência de Michelson-Morley? Apesar de alguns livros didáticos dizerem que Einstein desconhecia tais resultados, o astrônomo brasileiro e Prêmio José Reis, Ronaldo Rogério de Freitas Mourão, em artigo publicado no *Jornal do Brasil* no dia 16 de maio de 1979, referindo-se à visita que Einstein fez ao Brasil, em 1925, colocou um ponto final ao assunto. Nesse artigo, intitulado *Einstein no Corcovado*, Ronaldo Mourão reproduz alguns diálogos travados entre Einstein e Ignácio Azevedo Amaral, professor de cálculo e geometria analítica da famosa Escola Nacional de Engenharia, nos quais, perguntou Azevedo Amaral ao ilustre visitante, o que o levava à teoria da relatividade. Einstein respondeu que duas meditações que fizera, foram fundamentais: a primeira, com 17 anos, sobre a possibilidade de se viajar com velocidade idêntica à da luz; e a segunda, sobre a experiência de Michelson. Assim, as tentativas infrutíferas sobre a determinação da velocidade da terra no "meio luz", a que se referiu Einstein em seu trabalho de 1905 ²⁵, certamente relacionavam-se com os experimentos de Michelson. Outra controvérsia, a respeito desse famoso trabalho de Einstein, é respondida, também, nesse mesmo ar-

tigo de nosso mais conhecido astrônomo brasileiro, qual seja, se Einstein conhecia ou não o trabalho de Lorentz, feito em 1904²⁰, sobre as suas famosas transformações. Em 1952, a editora Dover republicou um livro editado em 1923 pela Methuen and Company, Ltd., no qual foram reunidos alguns trabalhos de Einstein, Lorentz e Minkowski, com notas de Arnold Sommerfeld. Nesse livro, Sommerfeld afirmava que Einstein, em 1905, desconhecia aquele trabalho de Lorentz. Pois bem, quando o professor Azevedo Amaral perguntou a Einstein se o princípio da relatividade restrita havia sido por ele intuído, ao ler as equações de Lorentz, como afirmara Bergson. Einstein respondeu: "O princípio da relatividade restrita não foi lido nas equações de Lorentz, como afirmara Bergson; mas como resultado de longas meditações sobre a experiência de Michelson".)

Vejamos, agora, qual foi o caminho seguido por Einstein para chegar à teoria da relatividade restrita, e quais suas principais consequências. Einstein observara, conforme vimos, que o eletromagnetismo maxwelliano não se mantinha invariante quando se referia a um referencial em repouso ou a um referencial em movimento uniforme, isto é, que as equações de Maxwell não tinham a mesma forma em ambos sistemas de referência. Em vista disso, formulou dois postulados²⁵:

1. *Princípio da Relatividade* — "As leis pelas quais os sistemas físicos experimentam mudanças não são afetadas, se essas mudanças de estado são referidas a um ou outro de dois sistemas de coordenadas em movimento de translação uniforme".
2. *Constância da velocidade da luz* — "Qualquer raio de luz move-se em um sistema 'estacionário' de coordenadas com a velocidade determinada c , quer seja o raio emitido por um corpo estacionário ou em movimento".

Tomando como base esses dois postulados, hoje conhecidos como *princípios da relatividade restrita einsteiniana*, passou Einstein a determinar quais as transformações *lineares* (a hipótese da linearidade foi admitida por Einstein em virtude das propriedades de homogeneidade do espaço e do tempo²⁵) compatíveis com tais postulados. As transformações lineares obtidas por Einstein foram justamente as transformações que Lorentz havia obtido em seu trabalho de 1904²⁰. De posse dessas transformações, Einstein prossegue examinando o efeito que as mesmas provocam em corpos rígidos e em relógios em movimento, reencontrando, assim, a contração de Lorentz-Fitzgerald e um resultado novo — a *dilatação do tempo*, resultados esses, dados por:

$L = L_0/\gamma$ e $\Delta\tau = \gamma\tau_0$ ($\gamma > 1$, tem o mesmo significado anterior)

significando que um bastão rígido de comprimento L_0 , quando se desloca com uma velocidade v em relação a um observador em repouso, parecerá a este, ter um comprimento menor L . Por outro lado, o intervalo de tempo ($\Delta\tau_0$) entre dois eventos, medido numa série de relógios sincronizados e em repouso, é maior do que o intervalo de tempo ($\Delta\tau$) entre esses mesmos eventos e medido por um observador solidário a um relógio que se desloca com velocidade v em relação ao conjunto de relógios sincronizados referi-

dos anteriormente. Muito embora Einstein não haja explicado, esse último resultado obtido no § 4 de seu trabalho de 1905²⁵, confirmou o que ele próprio demonstrara no §2 desse mesmo trabalho, ou seja, o caráter não absoluto da simultaneidade — a hoje conhecida *relatividade da simultaneidade* —, segundo a qual dois acontecimentos podem ser simultâneos para um observador, e não serem para um outro, o qual se desloca com uma velocidade v em relação ao primeiro. (Como se sabe, o caráter relativo da simultaneidade, oriunda da teoria de Einstein, provocou uma discussão filosófica muito grande, principalmente, pelo trabalho de Bergson (*Durée et Simultanéité, Paris, 1922*), sobre "um tempo universal, comum às consciências e às coisas". Não é objetivo deste trabalho examinar os aspectos filosóficos da obra de Einstein, no entanto, quem se interessar sobre esse assunto, poderá encontrar uma excelente discussão nos trabalhos de Michel Paty: *Sur le Réalisme d'Albert Einstein, La Pensée, 204*, Avril 1979 e *Einstein et la philosophie en France: à propos du séjour de 1922, Cahiers Fundamenta Scientiae, 93*, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1979; de Maurice Levy: *Einstein, la physique et la philosophie, Cahiers Fundamenta Scientiae, 3*, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1973; e de Carlos Augusto Pretoni Ceneviva e Waldyr Alves Rodrigues Jr.: *Objetividade, Convencionalismo e a Teoria da Relatividade*, S-010, IFGW, UNICAMP, Brasil, 1980).

Façamos uma pausa no exame do programa de pesquisa de Einstein, para que possamos descrever alguns resultados experimentais compatíveis com essas duas surpreendentes consequências dos postulados de Einstein. Uma das questões levantadas com relação à contração de um objeto na direção de seu movimento, era a de ser ou não possível ver tal contração. Einstein afirmara, em seu trabalho de 1905²⁵, que um corpo rígido esférico em movimento, seria visto por um sistema estacionário, como tendo a forma de um elipsóide de revolução. Será que tal contração poderá ser fotografada? Essa possibilidade foi descartada em um trabalho de James Terrel (*Invisibilidade da Contração de Lorentz*, in *Physical Review, 116*, November, 1959), ao demonstrar que a afirmação que Lorentz fizera em 1922, sobre tal possibilidade, não era verdadeira. Nesse trabalho, Terrel mostra que "a transformação de Lorentz é conforme (*conformal transformation*) nos ângulos de observação, de modo que a fotografia obtida por um observador depende, somente, do lugar e do tempo em que ela é feita e é independente do movimento relativo do observador e do objeto fotografado". Mais adiante, ele afirma que "embora a distorção devido ao movimento rápido possa ser vista por meio de uma visão estereoscópica ou fotográfica, ela não é do mesmo tipo esperado pela contração de Lorentz".

Muito embora a contração de Lorentz não possa ser vista, ela, no entanto, pode ser observada indiretamente. Em nossa Crônica da Física das Partículas Elementares (op. cit.), vimos que píons decaem em muons e respectivos neutrinos ($\pi^{+,\cdot} \rightarrow \mu^{+,\cdot} + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$), e que os muons decaem em elétrons (pósitrons) e respectivos neutrinos ($\mu^{+,\cdot} \rightarrow e^{+,\cdot} + \nu_e (\bar{\nu}_e) + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$), com a vida média de 2.2×10^{-6} s. Pois bem, os píons são formados na colisão de prótons com a matéria, e têm a vida média de cerca de 100 vezes menor do que

a dos muons, ou seja, 2.55×10^{-8} s. Assim, quando os raios cósmicos (principalmente prótons altamente energéticos) incidem no topo da camada atmosférica terrestre, eles produzem pions e logo depois muons. Ora, sendo a espessura da camada atmosférica terrestre da ordem de 10km, a velocidade em vdo dos muons da ordem de $0.998c$, onde c é a velocidade da luz e vale 3×10^8 m/s, e a vida média dos muons 2.2×10^{-6} s, é fácil ver que os muons percorrem uma distância de, aproximadamente, 660 metros ($0.998 \times 3 \times 10^8 \times 2.2 \times 10^{-6}$), e, portanto, nunca poderiam ser detectados na superfície terrestre. Ora, como é mundialmente sabido Powell (PNF, 1950), Muirhead, Occhialini e César Lattes, em 1947 (*Nature*, 159, 694), detectaram, nos altos dos Andes, em Chacaltaya, na Bolívia, a presença de muons. Portanto, somente a dilatação da vida média dos muons, ou o encurtamento da camada atmosférica "vista" pelos muons, explicam sua presença nas emulsões nucleares fotográficas, usadas por aqueles cientistas. Em 1968, R. K. Adair, no CERN, observou que muons deslocando-se em campos magnéticos, têm vida média diferente da dos muons em repouso, segundo trabalho que publicou no volume 217, da revista *Nature*.

Voltemos, agora, ao programa de pesquisa de Einstein. Conforme vimos anteriormente, em seu trabalho de 1905²³, Einstein reencontrou as transformações de Lorentz, e suas respectivas conseqüências: contração do comprimento e dilatação do tempo. O segundo passo natural, dado por Einstein, nesse trabalho, foi o de examinar como a lei de composição de velocidades de Galileu modificar-se-ia, tendo em vista aquelas transformações. Um exercício simples de derivada mostra que a lei de composição de velocidades de Galileu: $u'_x = u_x \pm v$, transforma-se em:

$$u'_x = (u_x \pm v) / (1 \pm u_x v / c^2) \text{ onde:}$$

$$u'_x = \dot{x}' \text{ e } u_x = \dot{x}$$

Ao examinar o comportamento das equações de Maxwell em presença das transformações oriundas de seus dois postulados, Einstein verificou que a assimetria que ele mencionara na introdução de seu trabalho, desaparecera. E mais ainda, que a eletrodinâmica lorentziana estava de acordo com o seu princípio da relatividade. (Como Einstein não fez referência específica ao trabalho de Lorentz, talvez ele quisesse reportar-se ao feito em 1892¹⁴, intitulado *A teoria eletromagnética de Maxwell e suas aplicações aos corpos em movimento*. Embora Einstein desconhecesse as transformações de Lorentz, segundo comentário de Sommerfeld e conforme vimos anteriormente, nos trabalhos que fez depois de 1905, sempre chamou de transformações de Lorentz, para as transformações que mantêm invariante as equações de Maxwell. Esta, é uma das inúmeras provas da honestidade científica de Einstein.)

Finalmente, no último parágrafo (§ 10) desse mesmo trabalho de Einstein a que estamos nos referindo, aplica à dinâmica das pequenas acelerações sofridas por um elétron em movimento, as transformações de coordenadas, decorrentes de seus dois postulados. Conservando a lei de Newton (força = massa x aceleração), ele obtém duas expressões para a massa:

$$\text{massa longitudinal} = m \times \gamma^{3/2} \text{ e}$$

$$\text{massa transversal} = m \times \gamma^2$$

Mais adiante, determina a energia cinética do elétron, obtendo o valor:

$$W = m c^2 (\gamma - 1)$$

Como $\gamma = \infty$, se $v = c$, então, conclui Einstein que velocidades maiores à da luz ($v > c$), são impossíveis. (É oportuno salientar que esse dogma prevaleceu durante alguns anos, até 1967, quando G. Feinberg e, independentemente, O. M. Bilaniuk e E. C. G. Sudarshan, propuseram a existência de uma nova partícula, denominada *tachyon* (rápida, em grego), cuja velocidade, no vácuo poderia ser maior que a velocidade da luz nesse mesmo vácuo. Tal partícula, como afirma um de seus criadores: Gerald Feinberg (*What is the world made of?*, Anchor Press, 1978), não contradiz a teoria da relatividade restrita einsteiniana, porém, teria propriedades bem estranhas, como por exemplo, ter aumentada a sua velocidade por perda de energia. Até o presente momento, ainda não há nenhuma evidência experimental sobre a existência dessa partícula, no entanto, conforme indica Isaac Asimov (*Asimov Explica*, Francisco Alves, 1981), como *tachyon* se desloca no vácuo com uma velocidade superior à da luz nesse mesmo vácuo, ela deve ser acompanhada de uma radiação Cerenkov, cuja detecção desta, poderá comprovar a existência do *tachyon*.) Einstein termina seu artigo, hoje célebre, propondo algumas experiências capazes de testar os resultados revolucionários que encontrara.

A famosa relação entre massa inercial massa de repouso $\times \gamma = m_0$ e energia, traduzida pela equação: $E = m_0 c^2$, foi apresentada por Einstein no mesmo volume 17 do *Annalen der Physik*, em que foi publicado o trabalho sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento, em trabalho distinto e intitulado. *Pode a inércia de um corpo depender de seu conteúdo de energia?* Após examinar, neste trabalho, que um corpo ao ceder uma parte de sua energia L na forma de radiação, sua massa diminuirá de L/c^2 . Generaliza tal resultado afirmando que: "A massa de um corpo é a medida de seu conteúdo de energia". Diz ainda que essa sua teoria pode ser testada, e conclui seu artigo com as seguintes palavras: "Se a teoria corresponde a fatos, a radiação transmite inércia entre corpos emissores e absorsores".

Muito embora seja comum ouvir-se, ou mesmo ler-se, que o mundo da relatividade restrita einsteiniana seja 4-dimensional, tendo o tempo como quarta dimensão, essa idéia não foi introduzida por Einstein, e sim por Hermann Minkowski (matemático russo-alemão, 1864-1909 e professor de Einstein), em trabalho publicado em 1908³¹, com a denominação de *Espaço e Tempo*. *Minkowski* tomou uma variedade 4-dimensional, denominada espaço-tempo e mais dois eventos no mesmo (denominados por ele de pontos-mundo), cuja "distância" entre ambos seria calculada pela expressão:

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

(Essa "distância" s , hoje conhecida como *intervalo de universo*, pode ser do *tipo-espaço* ("spacelike"),

se $s^2 > 0$, do tipo-tempo ("timelike"), se $s^2 < 0$, e do tipo-nulo ("null"), se $s^2 = 0$.) Minkowski mostrou que as transformações de Lorentz, as quais ligavam dois pontos-mundo, correspondiam a uma espécie de rotação nesse espaço 4-dimensional. Assim, como a rotação mantém invariante a distância entre dois pontos no espaço euclidiano 3-dimensional, a "rotação" representada pelas transformações de Lorentz, mantém invariante o intervalo de universo s no espaço minkowskiano 4-dimensional. Essa invariância é facilmente vista, pois as transformações de Lorentz mostram que:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = s^2$$

Segundo nos conta Mário Schenberg (*Einstein e a relatividade restrita, Ciência e Cultura*, 31(12), 1979), Einstein não teria ficado satisfeito com a intrusão dos matemáticos em sua teoria da relatividade, tendo exclamado: "ih! agora que os matemáticos se meterão vão atrapalhar tudo".

Apesar da "bronca" de Einstein com relação à introdução da análise tensorial em sua teoria da relatividade restrita ou especial, feita por Minkowski, ela lhe foi bastante útil, pois, em trabalhos futuros que realizou, utilizou essa linguagem matemática toda a vez que se referia ao caráter invariante da mecânica ou do eletromagnetismo, isto é, da física com relação às transformações de Lorentz. E mais ainda, a análise tensorial lhe foi fundamental na formulação da teoria da relatividade geral, conforme ressalta Mário Schenberg (op. cit.) Para evitar o aparecimento do símbolo somatório (Σ) envolvendo operações algébricas e analíticas com tensores (aqui estamos considerando um vetor como um tensor da ordem 1) nas expressões relativísticas, propôs Einstein, em 1916³², em seu relevante trabalho sobre os fundamentos da relatividade geral, uma convenção segundo a qual, toda vez que em um monômio envolvendo tensores, aparecesse um índice repetido, significaria uma soma nesse índice. Essa convenção é hoje conhecida como *convenção de Einstein* ($\sum a_{ij} b_j = a_{ij} b_i$). Em seu conhecidíssimo livro *O Significado da Relatividade*, publicado pela primeira vez em 1921, pela Princeton University Press, Einstein apresenta, de maneira didática, quer a Mecânica e a Eletrodinâmica (Teoria da Relatividade Restrita), quer a Gravitação (Teoria da Relatividade Geral), escritas em linguagem tensorial. Assim, nos primeiros vinte anos de nosso século, Einstein apresentava nesse livro, toda a *física clássica determinista* do século XIX, com uma formulação matemática nova (a da análise tensorial em substituição a da análise vetorial, introduzida na física por Oliver Heaviside (1850-1925) e Josiah Williard Gibbs (1839-1903), nos primeiros anos da década de 1880, segundo nos conta Moris Kline (*Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford University Press, 1972). Nesse trabalho introduziu concepções novas, como a da relatividade do tempo, do espaço e da massa inercial, bem como a de uma geometria não-euclidiana, como sendo responsável pelos fenômenos gravitacionais, conforme teremos oportunidade de mostrar na Crônica da Gravitação. (Convém salientar que Einstein, também, contribuiu de maneira decisiva em outros ramos da física, como se pode ver nos trabalhos realizados durante toda a sua vida, e cuja relação poderá ser vista também em:

Paul Arthur Schilpp, Editor (*Albert Einstein: philosopher-scientist*, Open Court, 1970.)

A teoria da relatividade de Einstein não foi imediatamente aceita pela comunidade científica internacional, de vez que, em 1905, ano da publicação dessa teoria, ele era um "ilustre desconhecido", já que exercia uma modesta função no Escritório de Patentes de Berna, na Suíça. (Segundo Armin Hermann (*La Nueva Física*, Inter Naciones Bonn-Bad Godesberg, 1979), foi assombroso que os *Annalen der Physik* não houvessem vacilado em sua publicação. A decisão de publicá-lo foi a do redator responsável pela revista: Paul Drude). No entanto, apesar de alguns físicos fazerem objeção à mesma, devido ao fato de os resultados experimentais de Kaufmann não se ajustavam bem ao modelo da relatividade restrita, conforme vimos anteriormente, outros resultados experimentais só puderam ser explicados tendo por base essa teoria. Além de Einstein haver mostrado em 1907²⁶, conforme vimos também anteriormente, que os resultados da experiência de Kaufmann se ajustavam à sua teoria da relatividade, Max Theodor Felix von Laue (físico alemão, 1879-1960; PNF, 1914) mostrou, em 1907, que o resultado da experiência de Fizeau, poderia ser demonstrado usando-se o teorema da adição de velocidades einsteiniano. O próprio von Laue, escreveria em 1911, um livro chamado *O Princípio da Relatividade*, que, segundo ele próprio, "foi a primeira exposição ampla sobre a Teoria da Relatividade" (Armin Hermann (op. cit.)

O modelo de Bohr (1885-1963; PNF, 1922), proposto em 1913, apesar de haver resolvido o grande enigma que atormentava os físicos, com a dedução teórica da fórmula empírica proposta por Balmer (1825-1898) em 1885, para explicar as linhas espectrais observadas por Fraunhofer (1787-1826) em 1814, apresentava algumas dificuldades, conforme veremos na Crônica da Física Atômica. Uma delas, por exemplo, era a dificuldade de explicar a *estrutura fina* das raias espectrais do hidrogênio, observada por Paschen (1865-1947), isto é, a separação em dupletos, das linhas de Balmer do Hidrogênio, quando observadas com um espectroscópio de alta resolução. A explicação dessa estrutura fina foi feita por Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld (físico alemão, 1868-1951), em 1916³³, ao introduzir uma correção relativista à massa do elétron, em sua trajetória elíptica, em torno do núcleo do átomo de hidrogênio. Nesse modelo, as energias do elétron em cada órbita elíptica possuía valores bem definidos, os quais dependiam de uma certa constante $\alpha = 1/137$, conhecida, hoje, como *constante de estrutura fina*, por motivos óbvios. (A idéia de órbita elíptica para os elétrons em um átomo, ao invés da circular proposta por Bohr, já havia sido sugerida por W. Wilson, em 1915).

Uma outra vitória da teoria da relatividade restrita de Einstein, ocorreu em 1923³⁴, quando Arthur Holly Compton (físico norte-americano, 1892-1962; PNF, 1927), teve de utilizá-la para poder explicar o que observara sobre o espalhamento de raios-X pela matéria formada de elementos leves. Aliás, nesses trabalhos, Compton comprovou as duas teorias polêmicas de Einstein: a do *quantum de luz*, que propusera para explicar o efeito fotoelétrico; e a da teoria da relatividade restrita. Para poder explicar porque o

comprimento de onda de um raio-X variava ao ser espalhado por um elétron de um átomo leve, Compton supôs que se tratava de uma colisão entre duas partículas: o quantum de radiação eletromagnética (raios-X) e um elétron em repouso de massa m . Ao aplicar as leis de conservação de energia e de momento relativistas, Compton, chegou à célebre expressão:

$$\lambda' - \lambda = h(1 - \cos \theta) / (mc)$$

onde λ é o comprimento de onda do raio-X incidente, λ' , o do raio-X espalhado, θ é o ângulo formado entre as direções dos dois raios-X, e h é a constante de Planck. (É oportuno esclarecer que a natureza eletromagnética dos raios-X fora determinada por Barkla (1877-1944; PNF, 1917), em 1908.)

A incorporação definitiva da teoria da relatividade restrita de Einstein na Física, inicia, a partir da metade da década de 1920. Em 1926³⁵, O. Klein, V.A. Fock e W. Gordon, independentemente, propuseram uma equação relativista para poder descrever o movimento de uma partícula livre. No entanto, tal equação, hoje conhecida como *equação de Klein-Gordon*, entre outras dificuldades, apresentava a de não poder ser aplicada ao elétron livre, pois, não havia maneira natural de se introduzir, na mesma, o spin do elétron. Essa dificuldade foi sanada com o trabalho de Paul Adrien Maurice Dirac (físico inglês, 1902 -; PNF, 1933), em 1928³⁶, ao desenvolver a *mecânica quântica relativista do elétron*. Para poder representar as duas possibilidades que poderia ter o spin do elétron ($s_z = \pm 1/2$), e manter a forma covariante exigida pela teoria da relatividade einsteiniana, Dirac propôs representar o elétron por uma função de quatro componentes, conhecida atualmente com o *spinor de Dirac*, e, assim, sua equação tomou a seguinte forma:

$$(\gamma^\mu \partial_\mu + m) \psi = 0$$

onde γ^μ é a matriz de Dirac, $\partial_\mu = \partial / \partial x_\mu$, m é a massa do elétron, ψ é o spinor de Dirac, e $\mu = 1, 2, 3, 4$. (É oportuno salientar que a exigência do spin numa teoria relativista do elétron é facilmente demonstrada em qualquer texto sobre Eletrodinâmica Quântica, e, entre eles, o do físico brasileiro José Leite Lopes: *Intruducción a la Eletrodinámica Cuántica, Editorial Trillas, México, 1977*).

Hoje, para se estudar qualquer fenômeno físico, as equações correspondentes devem ser escritas na forma tensorial, cuja lei de transformação é dada pela *matriz de Lorentz*, que é uma matriz 4×4 . (A forma da matriz de Lorentz é, facilmente, deduzida ao se escrever as transformações de Lorentz na forma matricial.)

Antes de finalizarmos essa Crônica da Relativi-

dade Restrita, vamos dizer algumas palavras sobre o *paradoxo dos gêmeos ou o paradoxo do viajante de Langevin*. Este é o paradoxo: suponhamos dois gêmeos astronautas. Um dele faz uma viagem espacial até determinada estrela. Durante a viagem, o gêmeo que ficou na Terra vê atrasar o relógio do gêmeo que está viajando, conforme a dilatação do tempo prevista pela teoria da relatividade restrita ou especial einsteiniana. Como os processos biológicos são afetados pelo tempo, o gêmeo terrestre esperará encontrar seu irmão astronauta, mais jovem, quando de seu retorno à Terra. Por outro lado, o gêmeo astronauta fará um raciocínio idêntico, pois, para ele, é a Terra que se desloca em relação à nave, e, portanto, ele verá seu irmão, que está se deslocando como a Terra, envelhecer mais devagar. Conseqüentemente, ao retornar de sua viagem espacial, deverá encontrar seu gêmeo que ficou na Terra, mais jovem do que ele próprio. Pergunta-se: quem ficará mais jovem? Se usarmos a teoria da relatividade restrita einsteiniana, vê-se que ela não é capaz de solucionar tal paradoxo, pois só se refere à relatividade da velocidade, isto é, ao movimento relativo uniforme. No entanto, no caso dos gêmeos, um deles, o que fez a viagem, sofreu acelerações ao sair e ao chegar, quer da Terra, quer da estrela previamente escolhida para essa viagem espacial. Assim, é necessário recorrermos à teoria da relatividade geral para solucionar tal paradoxo. E nesta, conforme veremos na Crônica da Gravitação, devido à aceleração sofrida pelo gêmeo astronauta, ele deverá envelhecer mais devagar. Recentemente, em 1971, Joseph Hafele e Richard Keating³⁷, fizeram uma experiência com relógios atômicos, deixando um deles na Terra e levando um outro para uma viagem em volta da terra em um avião comercial, a jato. Ao compará-los, encontraram diferença nas leituras (10^{-9} s), diferença essa igual (salvo erros experimentais) à calculada teoricamente usando a dilatação do tempo, prevista quer pela relatividade restrita, quer pela relatividade geral. (Uma descrição dessa experiência foi feita por Monique Cherki (*La Recherche*, 28, 978, novembro 1972).

Não poderíamos encerrar essa *Crônica da Relatividade Restrita* sem dizer uma palavra sobre os trabalhos recentes que estão sendo realizados no mundo, cujo objetivo é o estudo de uma *Teoria da Relatividade Extendida*³⁸, na qual são analisados problemas relacionados com *tachyons*, com a violação do operador temporal T, com a quebra espontânea de simetria das transformações de Lorentz, com a análise da experiência de Marinov (resultado positivo da experiência de Michelson-Morley), etc., bem com os relacionados com a existência de um referencial absoluto.

Referências

- (01) — Aristóteles. 1971. *Great Books Britannica*.
- (02) — Galileu. 1971. *Great Books Britannica*.
- (03) — ————. 1632. Dialogo sopra i due masimi sistemi del Mondo.
- (04) — Newton, I. 1971. *Great Books Britannica*.
- (05) — Mach, E. 1883. *The Science of Mechanics*.
- (06) — Michelson, A. A. and Morley, E. W. 1887. *Am. J. Sci.*, 34:333.
- (07) — Michelson, A. A. 1881. *Am. J. Sci.*, 22:120.
- (08) — Jaseja, T. S. Javan, A., Murray, J. and Townes, C. H. 1964. *Phys. Rev.*, 135A:1221.
- (09) — Brilliet, A. and Hall, J. L. 1979. *Phys. Rev. Lett.*, 42:549.
- (10) — Miller, D. C. 1933. *Rev. Mod. Phys.*, 5:203.
- (11) — Shankland, R. S., McCuskey, S. W., Leone, F. C. and Kuerli, G. 1955. *Rev. Mod. Phys.*, 27:167.
- (12) — Trouton, F. T. and Noble, H. R. 1903. *Phil. Trans.*, 202:165.
- (13) — Lodge, O. J. 1893. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 184:727.
- (14) — Lorentz, H. A. 1892. *Zittingsverslagen der Akad. v. Wet. te Amsterdam*:74.
- (15) — Lord Rayleigh. 1902. *Phil. Mag.*, 4:678.
- (16) — Brace. 1904. *Phil. Mag.*, 7:317.
- (17) — Ritz. 1908. *Ann. Chim. et Phys.*, 13:145.
- (18) — de Sitter, W. 1913. *Proc. Amsterdam Acad.*, 15:1297; 16:395.
- (19) — Voigt, W. 1887. *Goett. Nachr.*:41.
- (20) — Lorentz, H. A. 1904. *Proc. Acad. Sci. Amsterdam*, 6:809.
- (21) — Poincaré, J. H. 1905. *Comptes Rendus*, 140:1504.
- (22) — Abraham, M. 1902. *Phys. Z.*, 4:57.
- (23) — Bucherer, A. 1904. *Mathematische Einführung in die Elektronentheorie*:57.
- (24) — Kaufmann, W. 1901. *Goett. Nachr.*, 2:143. 1902. *Goett. Nachr.*, 3:291. 1903. *Goett. Narch.*, 4:90. 1905. *Sitzungsber. K. Preuss. Akad. Wiss.*, 2:949. 1906. *Ann. Phys.*, 19:487.
- (25) — Einstein, A. 1905. *Ann. Phys.*, 17:891.
- (26) — ————. 1907. *Jahrb. Radioakt. Elektron.*, 4:411.
- (27) — Planck, M. K. E. L. 1906. *Verh. Dtschen. Phys. Ges.*, 8:418. 1907. *Verh. Dtschen. Phys., Ges.*, 9:301.
- (28) — Bucherer, A. 1909. *Ann. Phys.*, 28:513.
- (29) — Neumann, G. 1914. *Ann. Phys.*, 45:529.
- (30) — Guye, C. E. and Lavanchy, C. 1915. *Comptes Rendus*, 161:52.
- (31) — Minkowski, H. 1908. *80 th Assembly of German Natural Scientists and Physicians, Cologne*.
- (32) — Einstein, A. 1916. *Ann. Phys.*, 49:769.
- (33) — Sommerfeld, A. J. W. 1916. *Ann. Phys.*, 51:1:125.
- (34) — Compton, A. H. 1923. *Phys. Rev.*, 21:483:715; *Phys. Rev.*, 22:409.
- (35) — Klein, O. 1926. *Zs. Phys.*, 37:895. Fock, V.A. 1926. *Zs. Phys.*, 38:242. — Gordon, W. 1926. *Zs. Phys.*, 40:117. —
- (36) — Dirac, P.A.M. 1928. *Proc. Roy. Soc. London*, 117:610; 118:351.
- (37) — Hafele, J. C. and Keating, R. E. 1972. *Science*, 77:166:168.
- (38) — Mendes, R. V. 1980. *J. Phys. A*, 13:479. Mansouri, R. 1979. *Phys. Lett. A*, 71:177— Imaeda, K. 1979. *Nuovo Cim.*, 50:271. — Erowne, P. F. 1977. *J. Phys. A*, 10:727. — Dufty, M. C. 1979. *Indian J. Theor. Phys.*, 27:1.
- Epstein, K. J. 1978. *Phys. Rev. D*, 18:1837. Charlton, N. J. 1978. *J. Phys. A*, 11:2207— Rodrigues Jr., W.A. and Recami, E. 1982. *Found. Phys.*, 12.